

UTILIZAÇÃO DOS PROCESSOS DE DIFUSÃO NA AVALIAÇÃO E SIMULAÇÃO PRECOCES DO CRESCIMENTO DE POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* L.

Julio E. Arce¹, Fernando dos S. Gomes¹, Carlos R. Sanquetta², Eduardo Coutinho da Cruz³

RESUMO - É avaliado e simulado o crescimento de povoamentos jovens, coetâneos, monoespecíficos e homogêneos de *Pinus taeda* L. utilizando a técnica de simulação Processos de Difusão. Os dados utilizados provêm de medições realizadas em árvores individuais em 1993 e 1996 (6º e 9º anos), num experimento de espaçamentos em *Pinus taeda* L., instalado no município de Jaguariaíva - PR, na Fazenda Lageado, de propriedade da empresa "Pisa Florestal". Previamente são testados modelos por classes de diâmetros, para obter estimativas do crescimento relativo em diâmetro $-G(t,x)-$, variância do crescimento $-D(t,x)-$ e mortalidade $-M(t,x)-$. As equações são ajustadas com técnicas de regressão linear (método clássico dos mínimos quadrados) e não-linear (algoritmo de Marquardt). A construção das equações de difusão (Kolmogorov *forward* equation), apesar de exigir estimativas estatísticas prévias, não apresenta maiores dificuldades em ser implementada para *Pinus taeda*. A simulação com processos de difusão gerou distribuições diamétricas harmônicas e coerentes. Para o caso da avaliação e simulação precoces do crescimento, que são tratadas no presente estudo, um fator decisivo a favor da simulação com processos de difusão é a utilização de técnicas de regressão. As técnicas de regressão, lineares ou não-lineares, amortecem algumas pequenas discrepâncias devidas à idade dos povoamentos e ao pequeno tamanho das unidades amostrais.

Palavras chave: crescimento, simulação, processos de difusão, *Pinus taeda*, distribuições diamétricas.

¹ Eng. Florestal, Aluno de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da UFPR.

² Eng. Florestal, M.Sc., Ph.D., Professor do Departamento de Silvicultura e Manejo, UFPR.

³ Eng. Florestal, M. Sc., Professor Assistente IV de Manejo Florestal da Universidade Federal do Amazonas.

USE OF DIFFUSION PROCESSES IN PRECOCIOUS GROWTH EVALUATION AND SIMULATION OF *Pinus taeda* L. STANDS.

ABSTRACT - The growth of young, even-aged, monospecific and homogeneous stands of *Pinus taeda* L. are evaluated and simulated with the Diffusion Processes simulation technique. The used data were obtained from measurements over individual trees in 1993 and 1996 (6th and 9th years) in a spacing test of *Pinus taeda* L. at farm “Fazenda Lageado”, Jaguariaíva-PR, from the Pisa Florestal company. Diameter class models to obtain estimations of relative diameter increment, variance of relative diameter increment, and mortality were previously fitted. The equations were fitted with linear regression techniques (Classic Least Squares Method) and non-linear regression techniques (Marquardt algorithm). The diffusion equations construction, in spite of requiring previous statistical estimations, don't present great difficulty to be implemented for *Pinus taeda* stands. The diameter distributions simulated with diffusion processes were found to be harmonic and coherent. In the case of the precocious growth evaluation and simulation treated in this study, an outstanding factor of the diffusion processes is the use of regression techniques. The regression techniques, linear or non-linear, mitigate any discrepancies caused by the young age of the stands and the small size of the sampling units.

Key words: growth, simulation, diffusion processes, *Pinus taeda*, diameter distributions.

1 INTRODUÇÃO

Um manejo florestal efetivo implica na aplicação de um sistema de tratamentos para o controle da floresta, de tal maneira que o incremento no valor econômico e/ou social da floresta seja mais rápido do que os juros acumulados dos custos dos tratamentos (Alder, 1980).

O crescimento dos povoamentos puros coetâneos se vê afetado pelo estado de desenvolvimento da comunidade, a qualidade do sítio, a espécie, a densidade - em termos de área basal e do número de árvores por unidade de superfície -, os tratamentos silviculturais, e as unidades nas quais é expresso o crescimento. A densidade do povoamento é o segundo fator em importância, depois da qualidade do sítio, para a determinação da produtividade de um sítio florestal (Daniel *et alii*, 1982), para uma determinada qualidade do material genético utilizado. A densidade do povoamento é o principal fator de produção que o silvicultor pode manejar

durante o desenvolvimento da floresta. A estimação do crescimento é uma etapa essencial no ordenamento florestal. Qualquer planejamento implica na predição do crescimento (Spurr, 1952).

Alder (1980), Clutter *et alii* (1983) e Davis e Johnson (1987) classificaram os modelos de crescimento e produção em três tipos:

- modelos globais do povoamento;
- modelos por classe diamétrica; e,
- modelos para árvores.

Segundo Sanquetta (1996), três modelos não espaciais expressam o desenvolvimento do povoamento através da descrição da evolução das distribuições diamétricas ou de outra variável em classes, e são conhecidos como funções probabilísticas, matrizes de transição e processos de difusão.

Zeide (1993), analisando as funções de crescimento conhecidas, considerou que o crescimento das plantas resulta de dois fatores opostos: a tendência intrínseca de crescimento ilimitado (potencial biótico) e as restrições impostas pelo ambiente e a idade. A tendência de expansão prevalece no começo da vida das árvores, enquanto que o declínio do crescimento predomina no final. As equações de crescimento existentes podem ser transformadas de maneira a expor estes dois componentes de expansão e declínio. A característica comum é que o período exponencial do crescimento é proporcional ao tamanho da árvore. O declínio do crescimento parece ser mais variável, podendo ser obtido com a mesma precisão por várias expressões. Isto reflete que um número maior de fatores afetam o declínio do crescimento: escassez de recursos, competição, reprodução, doenças, herbívoros, distúrbios, etc.. Em consequência, o padrão de crescimento é inerentemente impreciso e não pode ser analisado como uma simples linha.

O crescimento das florestas pode ser entendido como um processo contínuo, que inclui uma *entrada*, um *movimento* e uma *saída* de matéria. A entrada é o ingresso, o movimento o crescimento, e a saída a mortalidade. A equação de continuidade da hidrodinâmica, que relaciona estes três parâmetros na dinâmica dos fluidos (Chow, Maidment e Mays, 1988), foi utilizada por Nagano em 1978 (*op. cit.* Kohyama, 1989) para a simulação da dinâmica de povoamentos secundários de florestas pluviais tropicais. Outros autores incorporam a esta equação um termo estocástico, considerando a diferencial de segunda ordem da variância do incremento corrente anual (Hara, 1984a, 1984b; Kohyama, 1989, 1991, 1992).

Segundo Sanquetta (1996), os processos de difusão expressam a dinâmica das classes, tais como crescimento, mortalidade e recrutamento, simultaneamente em função do tempo e das

próprias dimensões das classes diamétricas, integrando esses componentes em equações diferenciais. O modelo estocástico assim definido, chamado de equação de difusão ou processo de difusão, é descrito pela equação *forward* de Kolmogorov ou equação de Fokker-Planck, e apresenta a seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, x) = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [D(t, x) f(t, x)] - \frac{\partial}{\partial x} [G(t, x) f(t, x)] - M(t, x) f(t, x)$$

onde:

- $f(t, x)$ é a distribuição de densidade do tamanho x na idade t (Hara, 1984a);
- $G(t, x)$ é o crescimento instantâneo médio do tamanho x na idade t por unidade de tempo;
- $D(t, x)$ é a variância instantânea do crescimento do tamanho x na idade t por unidade de tempo;
- $M(t, x)$ é a mortalidade instantânea do tamanho x na idade t , por unidade de tempo.

O objetivo principal do presente estudo é avaliar e simular o crescimento de povoamentos jovens, coetâneos, monoespecíficos e homogêneos de *Pinus taeda*, utilizando a técnica de simulação Processos de Difusão.

2 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados são provenientes de um experimento de espaçamento em *Pinus taeda* L., instalado no município de Jaguariaíva - PR, na Fazenda Lageado, de propriedade da “Pisa Florestal”, Projeto J-2, talhão 11. A implantação ocorreu entre 28 de outubro e 09 de novembro de 1987, com mudas obtidas a partir de sementes procedentes de Telêmaco Borba - PR, da empresa “Klabin Florestal”.

A área ocupada pelo experimento consta de seis blocos instalados de maneira contínua em um total de 2,97 ha (incluindo a bordadura), com uma área útil de 2,59 ha. O local de implantação do experimento possuía reflorestamento com *Pinus taeda* com 16 anos de idade. No final de 1986, foi executado um corte raso no projeto. A prática de limpeza do material resultante da exploração foi uma queima controlada, ficando a área, segundo os critérios de preparo de

terreno da empresa, apta a receber nova implantação. A ferramenta principal utilizada para o plantio das mudas foi o enxadão, o que propiciou a abertura de covas com dimensões médias de 20 cm de largura por 15-20 cm de profundidade, em formato de funil. Não foi efetuado qualquer tipo de adubação. Conforme a necessidade e dentro dos padrões adotados pela empresa, foram executadas limpezas no experimento.

O experimento avalia cinco diferentes intensidades de espaçamentos, repetidos em seis blocos contínuos. Cada parcela possui bordadura dupla e são mensuradas somente as árvores constantes de sua área útil. Além disto, o teste possui uma bordadura dupla externa, procurando proporcionar o máximo de confiabilidade às inferências.

Os tratamentos do Delineamento em Blocos ao Acaso são apresentados na Tabela 1.

Foram inicialmente mensuradas somente as alturas das árvores úteis das parcelas. Após as árvores atingirem altura superior a 1,3 m, as medições foram efetuadas obtendo-se os valores de CAP e altura total. As medições de CAP e da altura total foram realizadas anualmente, entre os anos 1991 e 1996. A estrutura dos dados e o objetivo do presente trabalho permitiram utilizar os dados de árvores individuais provenientes das medições realizadas em 1993 e 1996 (6º e 9º anos).

A primeira análise a ser realizada sobre os dados será a de testar a existência de diferenças entre os 5 tratamentos, que justifiquem o estudo separado do crescimento de cada um deles. As diferenças serão analisadas através do teste de comparação de médias (Tukey, $\alpha=0,05$), para os 5 tratamentos e os 6 períodos de observação (1991 a 1996).

As variáveis necessárias para a simulação com a equação de difusão são: $G(t,x)$; $D(t,x)$; $M(t,x)$ e $B(t,x)$. A obtenção destas variáveis, considerando o período de análise de três anos, é explicada a seguir:

- $G(t,x)$: média dos valores de ICA (Incremento Corrente Anual) por classe de DAP;
- $D(t,x)$: variância dos valores de ICA para cada classe de DAP;
- $M(t,x)$: mortalidade durante o período 1993-1996 em cada classe de DAP. (N^0 de árvores mortas / N^0 inicial de árvores);
- $B(t,x)$: índice de competição (Kohyama, 1989), expresso pela área basal acumulada das árvores pertencentes às classes diamétricas maiores do que a classe considerada ($\sum AB$; $\forall DAP > x$).

Será realizada uma análise de correlação múltipla, considerando as variáveis de crescimento e mortalidade $G(t,x)$, $D(t,x)$ e $M(t,x)$ e as variáveis de estado DAP, $\log(\text{DAP})$, (DAP^2) e $B(t,x)$. As equações de crescimento, variância do crescimento e mortalidade serão ajustadas levando em consideração o resultado da análise de correlação.

Uma vez obtidas as variáveis, a construção da equação de difusão é imediata. A geração da equação de difusão será obtida a partir de uma rotina programada especificamente para tal fim. Neste caso de reflorestamentos de *Pinus taeda*, o recrutamento será desprezado.

TABELA 1: Tratamentos do ensaio de espaçamentos analisado.

Tratam.	Espaçamento (m)	Árv./ha	Área da Parcela (m ²)		Plantas úteis
			total	útil	
1	2,5 x 1,2	3333	630	234	78
2	2,5 x 2,0	2000	630	210	42
3	2,5 x 2,8	1428	810	315	45
4	2,5 x 3,6	1111	990	378	42
5	2,5 x 4,4	909	1260	440	40

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O teste de comparação de médias de diâmetros por tratamentos mostra que, a partir do ano 1992, começaram a ser observadas diferenças significativas ($\alpha < 0,05$) entre alguns tratamentos. As diferenças tornam-se mais notáveis ao longo do tempo, até distinguir quase todos os tratamentos entre si no ano 1996. A Figura 1 mostra os resultados obtidos no teste de comparação entre médias de diâmetros.

Até o 9º ano de idade (1996), os diâmetros médios dos tratamentos 3 e 4 (1428 e 1111 pl/ha respectivamente) não apresentaram diferenças significativas entre si, através do Teste de Tukey, ao nível de significância de 5%. Todos os demais tratamentos estão claramente diferenciados. Considerando que a avaliação do ensaio de espaçamentos ao 9º ano para *Pinus taeda* é relativamente precoce, é prudente, para os efeitos desta avaliação e simulação do crescimento, discriminar os 5 tratamentos. Entretanto um erro maior seria cometido se os tratamentos 3 e 4 fossem analisados de maneira agrupada e, hipoteticamente com o tempo, se

diferenciassem, do que se os tratamentos fossem analisados separadamente e, também em hipótese, com o tempo não se diferenciassem. A opção de agrupar os tratamentos em anos subsequentes sempre é factível.

Também foram comparadas as médias entre as 6 repetições (blocos), não apresentando diferenças significativas no Teste de comparação de médias de Tukey ao nível de significância de 5%.

Foi realizada uma análise de correlação múltipla para cada um dos 5 tratamentos, considerando as variáveis de crescimento e mortalidade $G(t,x)$, $D(t,x)$ e $M(t,x)$, e as variáveis de estado DAP , $\log(DAP)$, DAP^2 e $B(t,x)$, com a finalidade de avaliar o relacionamento entre as variáveis. Na Tabela 2 são apresentados os resultados da análise de correlação.

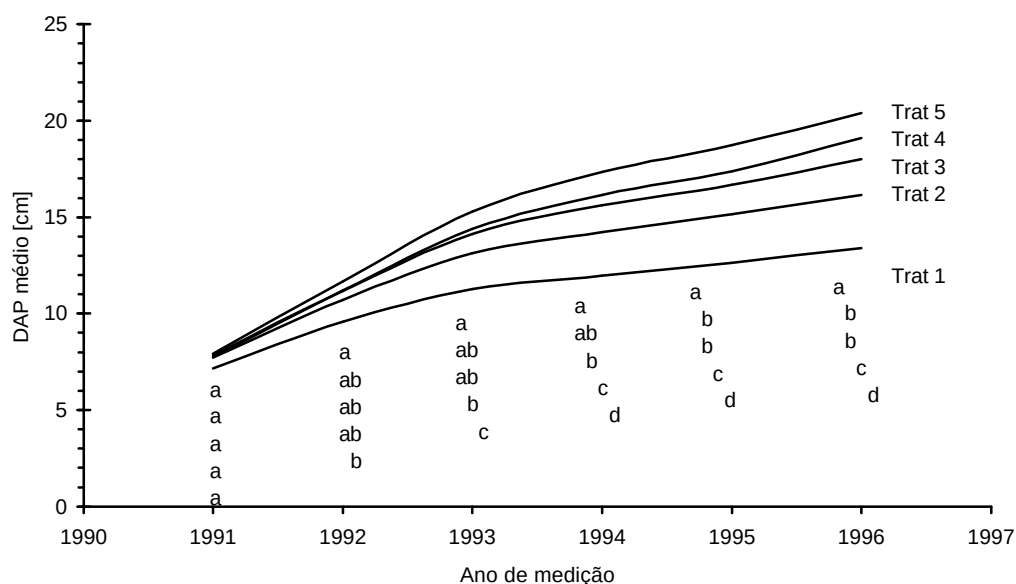


FIGURA 1: Análise de amplitude múltipla (Tukey, $\alpha = 0,05$) para a comparação de médias de diâmetros por tratamento. Anos 1991 a 1996.

Também foram avaliadas as relações entre as variáveis de maneira gráfica. Na Figura 2 são apresentadas algumas das relações gráficas obtidas entre as variáveis de crescimento e mortalidade, e as variáveis de estado. Os números no interior das figuras representam os tratamentos. A linha pontilhada representa valores médios dos 5 tratamentos. Nas Figuras 2e e 2f não são considerados os valores de mortalidade para o tratamento 5, por terem sido todos eles nulos.

TABELA 2: Resultados da análise de correlação múltipla para diversas variáveis dos 5 tratamentos. Os valores do coeficiente de correlação r estão indicados no corpo da tabela. Valores em negrito indicam coeficientes de correlação significativos ao nível de significância de 5% ($\alpha=0,05$).

	Variáveis de crescimento e mortalidade, ou variáveis dependentes			Variáveis de estado, ou possíveis variáveis independentes			
	G(t,x)	D(t,x)	M(t,x)	DAP	log(DAP)	DAP ²	B(t,x)
Tratamento 1 (3333 pl/ha)							
G(t,x)	1	0,9212	-0,6729	0,9966	0,9780	0,9854	-0,9694
D(t,x)	0,9212	1	-0,8420	0,9208	0,9638	0,8598	-0,8493
M(t,x)	-0,6729	-0,8420	1	-0,7081	-0,8106	-0,6087	0,5998
DAP	0,9966	0,9208	-0,7081	1	0,9847	0,9878	-0,9631
log(DAP)	0,9780	0,9638	-0,8106	0,9847	1	0,9463	-0,9393
DAP ²	0,9854	0,8598	-0,6087	0,9878	0,9463	1	-0,9516
B(t,x)	-0,9694	-0,8493	0,5998	-0,9631	-0,9393	-0,9516	1
Tratamento 2 (2000 pl/ha)							
G(t,x)	1	0,6893	-0,6152	0,987	0,9922	0,9508	-0,934
D(t,x)	0,6893	1	-0,5984	0,6006	0,7059	0,4783	-0,5291
M(t,x)	-0,6152	-0,5984	1	-0,5774	-0,6952	-0,4746	0,4
DAP	0,987	0,6006	-0,5774	1	0,9823	0,9864	-0,958
log(DAP)	0,9922	0,7059	-0,6952	0,9823	1	0,9389	-0,907
DAP ²	0,9508	0,4783	-0,4746	0,9864	0,9389	1	-0,9678
B(t,x)	-0,934	-0,5291	0,4	-0,958	-0,907	-0,9678	1
Tratamento 3 (1428 pl/ha)							
G(t,x)	1	0,5365	-0,8257	0,982	0,983	0,9355	-0,8286
D(t,x)	0,5365	1	-0,6911	0,4339	0,5814	0,2725	-0,0794
M(t,x)	-0,8257	-0,6911	1	-0,7298	-0,8595	-0,5996	0,4376
DAP	0,982	0,4339	-0,7298	1	0,9675	0,9794	-0,9082
log(DAP)	0,983	0,5814	-0,8595	0,9675	1	0,8992	-0,7886
DAP ²	0,9355	0,2725	-0,5996	0,9794	0,8992	1	-0,9622
B(t,x)	-0,8286	-0,0794	0,4376	-0,9082	-0,7886	-0,9622	1

Continua...

Cont. Tabela 2

	Variáveis de crescimento e mortalidade, ou variáveis dependentes			Variáveis de estado, ou possíveis variáveis independentes			
	$G(t,x)$	$D(t,x)$	$M(t,x)$	DAP	$\log(\text{DAP})$	DAP^2	$B(t,x)$
Tratamento 4 (1111 pl/ha)							
$G(t,x)$	1	0,1469	-0,8642	0,966	0,9948	0,8956	-0,8301
$D(t,x)$	0,1469	1	-0,5197	0,0141	0,2084	-0,1421	0,1765
$M(t,x)$	-0,8642	-0,5197	1	-0,7593	-0,8923	-0,6244	0,5048
DAP	0,966	0,0141	-0,7593	1	0,9647	0,9785	-0,9253
$\log(\text{DAP})$	0,9948	0,2084	-0,8923	0,9647	1	0,8927	-0,8162
DAP^2	0,8956	-0,1421	-0,6244	0,9785	0,8927	1	-0,9599
$B(t,x)$	-0,8301	0,1765	0,5048	-0,9253	-0,8162	-0,9599	1
Tratamento 5 (909 pl/ha) ⁴							
$G(t,x)$	1	-0,2613	-	0,9492	0,9849	0,8973	-0,8541
$D(t,x)$	-0,2613	1	-	-0,3582	-0,3196	-0,3741	0,3572
$M(t,x)$	-	-	-	-	-	-	-
DAP	0,9492	-0,3582	-	1	0,9879	0,9899	-0,9547
$\log(\text{DAP})$	0,9849	-0,3196	-	0,9879	1	0,9564	-0,918
DAP^2	0,8973	-0,3741	-	0,9899	0,9564	1	-0,9623
$B(t,x)$	-0,8541	0,3572	-	-0,9547	-0,918	-0,9623	1

Para os 5 tratamentos, os valores da variável crescimento $-G(t,x)$ aumentaram com o aumento do DAP (Figura 2a), e diminuíram com o aumento do índice de competição $B(t,x)$ (Figura 2b). Esta tendência do crescimento era esperada, considerando a idade dos povoamentos analisados.

⁴ Os valores correspondentes aos coeficientes de correlação da variável mortalidade $M(t,x)$ não puderam ser calculados devido ao fato de não ter aparecido nenhum caso de mortalidade no tratamento 5 até o 9º ano (1996). A correlação resultante poderia ser assumida como zero ($r=0$).

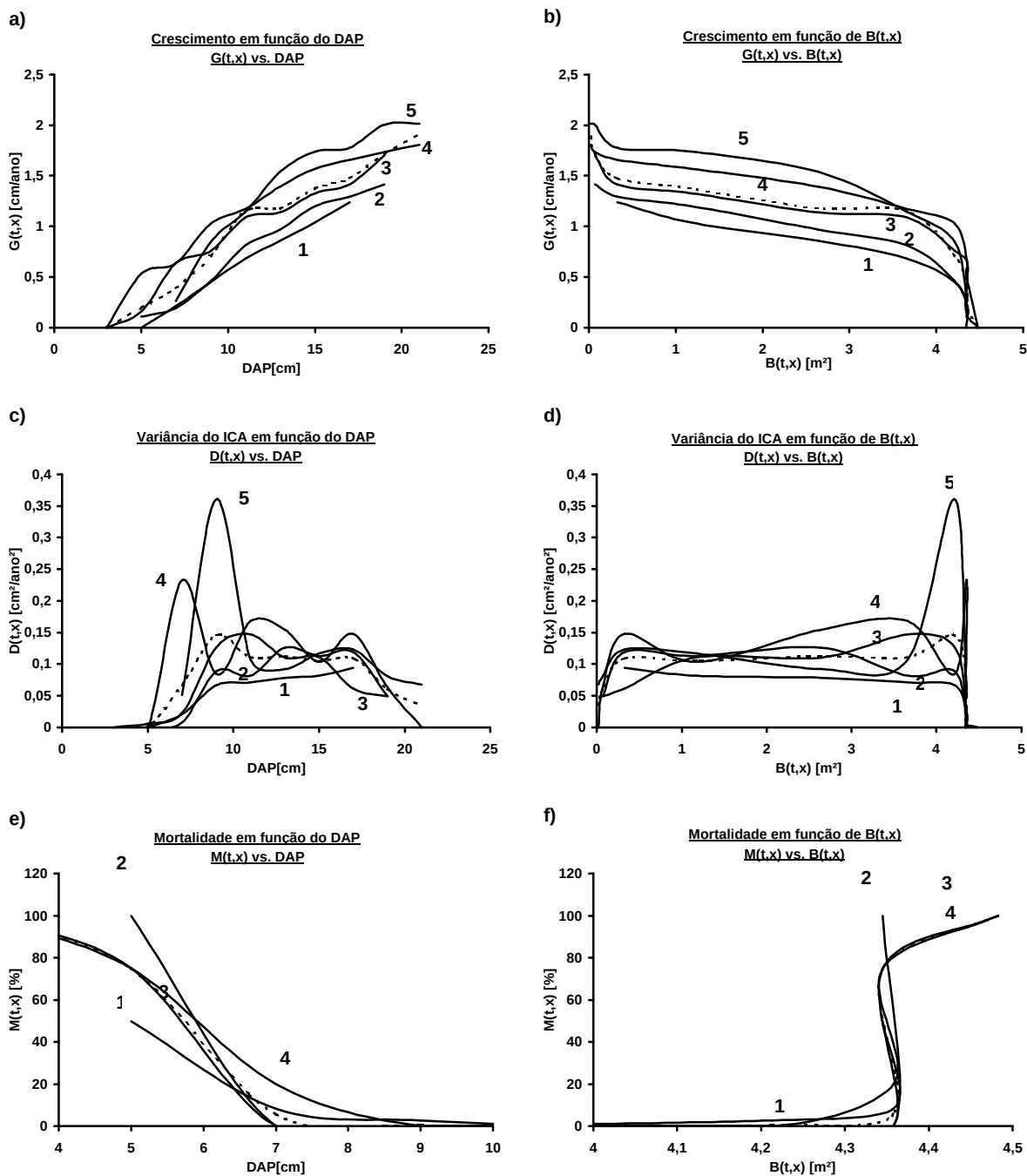


FIGURA 2: Algumas relações gráficas obtidas entre as variáveis de crescimento e mortalidade e as variáveis de estado para os 5 tratamentos. A linha pontilhada representa valores médios dos 5 tratamentos.

Na Tabela 2 pode ser observado que os coeficientes de correlação entre as variáveis crescimento $-G(t,x)-$, variância do crescimento $-D(t,x)-$, e mortalidade $-M(t,x)-$, e as variáveis diâmetro $-DAP-$ e logaritmo do diâmetro $-\log(DAP)-$, apresentaram valores muito próximos, tanto em valor absoluto, quanto na significância estatística. Seria mais simples e criteriosa a utilização da variável diâmetro $-DAP-$ em lugar do logaritmo do diâmetro $-\log(DAP)-$ nas equações de crescimento e mortalidade. A variável diâmetro ao quadrado $-DAP^2-$ apresentou valores dos coeficientes de correlação algo discrepantes a respeito dos valores da variável diâmetro, dependendo do tratamento considerado. A inclusão desta variável nas equações de crescimento e mortalidade não se justifica.

Na Tabela 2 se observa que os valores dos coeficientes de correlação para a variável variância do ICA $-D(t,x)-$ são não-significativos ($\alpha \geq 0,05$) em praticamente todos os casos e tratamentos, com exceção do tratamento 1. Em geral, os valores obtidos de $D(t,x)$ foram valores próximos de zero. Nas Figuras 2c e 2d não se observa uma tendência clara do comportamento da variância do ICA $-D(t,x)-$ em relação ao DAP, e nem em relação ao índice de competição $B(t,x)$, respectivamente. O ajuste de equações para a estimação desta variável pode ser desprezado, desde que a equação *forward* de Kolmogorov, sem o termo correspondente à segunda derivada da variância do ICA, se transforma na equação de continuidade da hidrodinâmica, já utilizada para a simulação da dinâmica de povoamentos secundários por Nagano em 1978 (*op. cit.* Kohyama, 1991). Esta equação transformada é apresentada a seguir:

$$\frac{\partial}{\partial t} f(t, x) = \frac{\partial}{\partial x} [G(t, x) f(t, x)] - M(t, x) f(t, x)$$

A variável mortalidade $-M(t,x)-$ por classe de DAP diminuiu com o aumento do DAP, tendendo sempre para zero (Figura 2e), e aumentou bruscamente quando o índice $B(t,x)$ atinge valores próximos de $4,35 \text{ m}^2$, ($10 \text{ m}^2/\text{ha}$) para todos os tratamentos (Figura 2f), com exceção do tratamento 5, cujos valores de mortalidade foram nulos para todas as classes diamétricas. Na Tabela 2 a mortalidade mostra valores dos coeficientes de correlação variados. As correlações são significativas ($\alpha < 0,05$) entre a mortalidade e a variável DAP, para os tratamentos 3 e 4, e entre a mortalidade e a variável $\log(DAP)$ para os tratamentos 1, 3 e 4. No tratamento 2 a mortalidade não apresentou nenhuma correlação significativa, e no tratamento 5 não foram observados casos de mortalidade para realizar a análise de correlação. A escolha da equação de mortalidade apropriada está comprometida pelos resultados obtidos na análise de correlação. Não existe ainda, no 9º ano dos povoamentos, uma tendência clara do comportamento da mortalidade em função do espaçamento dos tratamentos. Isto pode ser parcialmente explicado com a idade dos povoamentos analisados. Uma alternativa de decisão seria considerar um

modelo global de mortalidade para todos os tratamentos. O modelo único deveria ter coerência com o comportamento exponencial negativo observado na relação entre a mortalidade e a variável DAP (Figura 2e).

Na Tabela 3 são apresentadas as equações de crescimento e mortalidade testadas.

TABELA 3: Equações de crescimento e mortalidade testadas para os 5 tratamentos.

Equação	Nome-Tipo	Forma integral	Forma diferencial
Crescimento	Gompertz	$G(x) = a \cdot e^{-b \cdot e^{-c \cdot x}}$	$G(x) / x = abc \cdot e^{-c \cdot x} \cdot e^{-b \cdot e^{-c \cdot x}}$
	Logística	$G(x) = \frac{a}{(1 + c \cdot e^{-b \cdot x})}$	$G(x) / x = \frac{abc \cdot e^{-b \cdot x}}{(1 + c \cdot e^{-b \cdot x})^2}$
	Chapman-Richards	$G(x) = a(1 - e^{-b \cdot x})^c$	$G(x) / x = abc \cdot e^{-b \cdot x} (1 - e^{-b \cdot x})^{c-1}$
	Bertalanffy	$G(x) = a(1 - e^{-b \cdot x})^3$	$G(x) / x = 3abc \cdot e^{-b \cdot x} (1 - e^{-b \cdot x})^2$
	Weibull	$G(x) = a(1 - e^{-b \cdot x^c})$	$G(x) / x = abc \cdot x^{c-1} \cdot e^{-b \cdot x^c}$
	Korf	$G(x) = a \cdot e^{-b \cdot x^{-c}}$	$G(x) / x = abc \cdot x^{c-1} \cdot e^{-b \cdot x^{-c}}$
Mortalidade	Exponencial	$M(x) = e^{(a+b \cdot x)}$	-

As equações de crescimento foram adaptadas de Zeide (1993), substituindo a variável original “tempo” (t) pela variável “tamanho” (x), que no caso do presente estudo foi a variável diâmetro -DAP-. A equação de mortalidade utilizada foi a exponencial, em função da distribuição dos dados na Figura 2e. As equações de crescimento foram ajustadas com técnicas de regressão não-linear, algoritmo de Marquardt (Moser e Beers, 1969). A equação de mortalidade foi linearizada e ajustada com técnicas de regressão linear (método dos mínimos quadrados).

Das equações de crescimento ajustadas foi selecionada aquela que apresentou as melhores estatísticas de ajuste. A equação selecionada para os 5 tratamentos foi a equação de Korf (Zeide, 1993). As estatísticas e os parâmetros das equações de crescimento selecionadas para os 5 tratamentos são apresentados nas primeiras cinco linhas da Tabela 4. As estatísticas e os parâmetros da equação de mortalidade global ajustada são apresentadas na última linha da Tabela 4.

TABELA 4: Estatísticas e parâmetros das equações de crescimento e mortalidade selecionadas.

Trat.	N	R ² ajust.	Erro padrão	F	Parâmetros e suas significâncias (Teste “t” de Student)					
					<i>a</i>	t	<i>b</i>	t	<i>c</i>	t
1	7	0,99	0,0254	1393	853,976199	1,00	23,177262	6,76	0,564306	4,75
2	8	0,99	0,0308	1715	135,479581	3,40	39,4505922	4,61	0,93998525	8,58
3	9	0,97	0,0833	360	947,915921	0,67	17,5638675	6,40	0,48996712	2,93
4	10	0,98	0,0671	945	1034,54476	1,25	15,6302514	13,49	0,45748009	5,25
5	8	0,98	0,0656	1034	170,530077	3,31	38,3645278	3,72	0,95410125	7,30
Mort.	9	0,85	0,5331	40	2,35438	4,23	-0,615297	-6,35	-	-

Na Figura 3 são apresentadas as frequências diamétricas observadas em 1993 e 1996, e simuladas com processos de difusão para 1999, para os 5 tratamentos.

Os resultados das simulações obtidas com processos de difusão possuem coerência, no que se refere à evolução das frequências diamétricas. Em geral, a Figura 3 (a, b, c, d, e) mostra um comportamento harmônico, próprio dos processos biológicos, onde as medidas de posição (média, moda) aumentam com o tempo, junto com o aumento das medidas de dispersão.

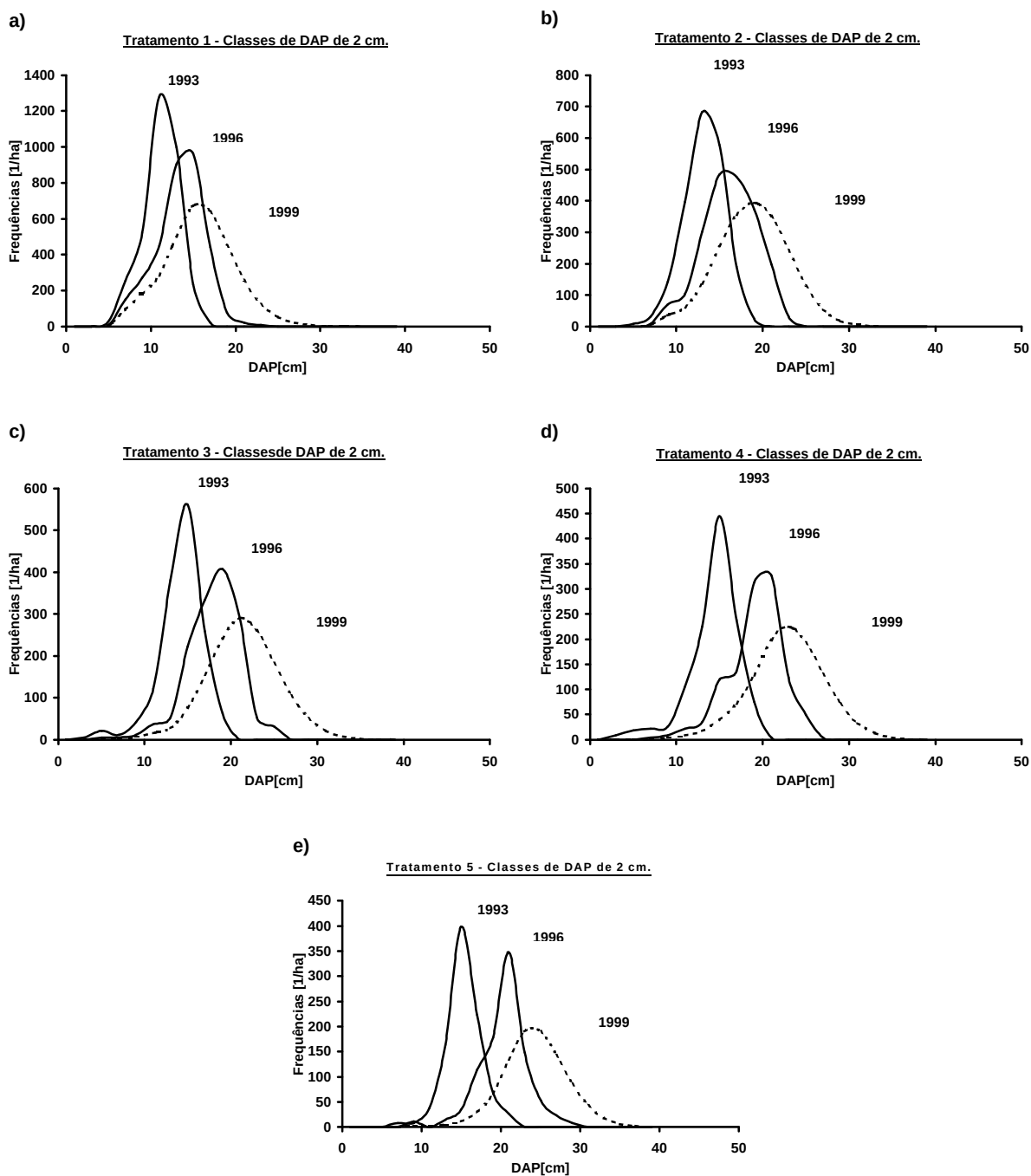


FIGURA 3: Frequências diamétricas observadas em 1993 e 1996, e simuladas com processos de difusão para 1999, para os 5 tratamentos.

4 CONCLUSÃO

A construção das equações de difusão (Kolmogorov *forward* equation), apesar de exigir estimativas estatísticas prévias para obter as variáveis crescimento relativo $-G(t,x)-$, variância do crescimento relativo $-D(t,x)-$ e mortalidade $-M(t,x)-$ em função de variáveis de estado como a idade (t), o diâmetro (DAP), algum índice de competição como $B(t,x)$, dentre outras, não apresentou maiores dificuldades em ser implementada para povoamentos jovens, coetâneos e homogêneos de *Pinus taeda*. A simulação com processos de difusão gerou distribuições diamétricas harmônicas e coerentes.

Para o caso da avaliação e simulação precoces do crescimento que foram tratadas no presente estudo, um fator decisivo a favor da simulação com processos de difusão é a utilização de técnicas de regressão. Estas técnicas, lineares ou não-lineares, amortecem algumas pequenas discrepâncias devidas à idade dos povoamentos e ao pequeno tamanho das amostras.

Finalmente, é necessário recomendar que estes estudos comecem a ser realizados com dados provenientes de amostras de povoamentos não experimentais, para serem contrastados os resultados com aqueles obtidos a partir dos ensaios. É requisito fundamental de qualquer modelo de simulação florestal, a constante calibragem e retroalimentação com dados provenientes de povoamentos comerciais.

5 AGRADECIMENTOS

Os autores desejam agradecer de maneira muito especial à empresa Pisa Florestal, por ter facilitado gentilmente os dados utilizados neste trabalho, em especial ao Engenheiro Romualdo Maestri, pioneiro deste experimento. Participaram deste trabalho, como colaboradores, as seguintes pessoas: Walquiria Pizatto, Zenóbio A. G. P. da Gama e Silva, Ruth E. Loch, Jeferson L. G. Wendling e Alexandra C. P. S. Bartoszeck.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALDER, D. **Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con especial referencia a los trópicos. Tomo II: Predicción del rendimiento.** Itália: FAO, 1980. 118p. (FAO 22/2).
- CHOW, V. T.; MAIDMENT, D. R.; MAYS, L. W. **Applied hidrology.** New York: McGraw-Hill, 1988. 572p.
- CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C.; PIENAAR, L. V.; BRISTER, G. H.; BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach.** New York: John Wiley & Sons, 1983. 333p.
- DANIEL, P. W.; HELMS, U. E.; BAKER, F. S. **Principios de silvicultura.** Mexico: Mc Graw Hill, 1982. 492 p.
- DAVIS, L.S; JOHNSON, K.N. **Forest management.** 3 ed. New York: McGraw-Hill Book Company, 1987. 790 p.
- HARA, T. A stochastic model and the moment dynamics of the growth and size distribution in plant populations. **Journal of Theoretical Biology.** London, v.109. p.173-190. 1984a.
- HARA, T. Dynamics of stand structure in plan monocultures. **Journal of Theoretical biology,** London, v. 110, 223-239, 1984b.
- KOHYAMA, T. Simulation of the structural development of warm-temperated rain forests stands. **Annals of Botany,** London: v.63, n.6, p.625-634, June 1989.
- KOHYAMA, T. Simulating stationary size distribution of trees in rain forests. **Annals of Botany ,** London, v.62, n.2, p.173-180, Aug. 1991.
- KOHYAMA, T. Density-size dynamics of trees simulated by a onesided competition multi-species model of rain forest stands. **Annals of Botany,** London, v.70, n.5, p.451-460, Non. 1992.
- MOSER, J. W.; BEERS, T. W. Parameter estimation in nonlinear volume equations. **Journal of Forestry,** Washington, v.67, n.12, p.878-879, Dec. 1969.
- SANQUETTA, C.R. 1996. **Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal.** Brasil. FUPEF, 1996. 49p. (Série didática, 08).
- SPURR, S. H., 1952. **Forest inventory.** New York: The Ronald Press Company. 1952. 476 p.
- ZEIDE, B. Analysis of growth equations. **Forest Science,** Washington, v.39, n.3, p.594-616, Aug. 1993.

ANEXO

Frequências observadas (1993 e 1996) e simuladas (1999) com processos de difusão.

Clas- se	DAP Cen- tro [cm]	Tratamento 1			Tratamento 2			Tratamento 3			Tratamento 4			Tratamento 5		
		1993	1996	1999	1993	1996	1999	1993	1996	1999	1993	1996	1999	1993	1996	1999
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	3	0	0	0	0	0	0	5	0	0	9	0	0	0	0	0
3	5	28	7	5	8	0	0	21	5	3	18	0	0	0	0	0
4	7	256	150	94	32	8	5	11	5	4	22	4	1	8	0	0
5	9	520	271	180	143	71	35	42	11	6	26	9	4	8	11	3
6	11	1282	449	285	397	103	61	122	37	16	106	22	9	38	0	3
7	13	997	905	499	683	302	137	381	53	28	225	35	17	163	15	5
8	15	235	962	672	579	484	255	561	222	76	445	119	40	398	34	11
9	17	21	442	640	190	476	356	259	333	154	238	137	72	223	114	30
10	19	0	78	454	24	373	394	63	407	241	75	313	128	68	178	67
11	21	0	21	258	0	198	351	0	291	290	4	326	198	27	348	134
12	23	0	7	124	0	32	244	0	53	261	0	123	225	0	148	190
13	25	0	0	53	0	0	130	0	32	183	0	49	193	0	53	190
14	27	0	0	20	0	0	54	0	0	105	0	4	131	0	23	143
15	29	0	0	7	0	0	18	0	0	51	0	0	72	0	8	86
16	31	0	0	2	0	0	5	0	0	21	0	0	33	0	0	43
17	33	0	0	1	0	0	1	0	0	7	0	0	13	0	0	18
18	35	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	4	0	0	6
19	37	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	2
20	39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0