

CARACTERIZAÇÃO ELÁSTICA DA MADEIRA DE *Eucalyptus citriodora*

Adriano Wagner Ballarin¹, Marcelo Nogueira²

RESUMO: Este trabalho teve como objetivo contribuir para a caracterização elástica da madeira de *Eucalyptus citriodora*, a partir de um modelo ortotrópico, avaliando-se suas principais constantes elásticas. No programa experimental utilizou-se a madeira de *Eucalyptus citriodora* originária de um plantio tecnicamente controlado do Horto Florestal “Navarro de Andrade”, situado no município de Rio Claro, SP. Considerando-se ser um trabalho referencial inicial, foi amostrado um único indivíduo arbóreo, com idade aproximada de 65 anos. Toda a metodologia experimental seguiu, no geral, as prescrições da NBR 7190/97, tendo sido realizados ensaios mecânicos destrutivos de compressão e tração. Os resultados evidenciaram igualdade estatística entre os módulos longitudinais obtidos na tração e na compressão. A relação observada entre o módulo de elasticidade longitudinal e o módulo de elasticidade radial foi próxima de 10 ($E_L/E_R \approx 10$) e semelhante relação, considerando-se o módulo de elasticidade transversal, foi igual a 20 ($E_L/G_{LR} \approx 20$). Esses resultados, associados aos principais coeficientes de Poisson determinados neste trabalho, permitem a modelagem teórica do comportamento mecânico dessa madeira, como, por exemplo, os dormentes ferroviários.

Palavras-chave: madeira, *Eucalyptus citriodora*, propriedades elásticas, módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson.

ELASTIC CHARACTERIZATION OF *Eucalyptus citriodora* WOOD

ABSTRACT: This paper contributed to the elastic characterization of *Eucalyptus citriodora* grown in Brazil, considering an orthotropic model and evaluating its most important elastic constants. Considering this as a reference work to establish basic elastic ratios — several important elastic constants of Brazilian woods were not determined yet - the experimental set-up utilized one tree of 65 years old from plantations of “Horto Florestal Navarro de Andrade”, at Rio Claro-SP, Brazil. All the experimental procedures attended NBR 7190/97 – Brazilian Code for wooden structures –with conventional tension and compression tests. Results showed statistical identity between compression and tension modulus of elasticity. The relation observed between longitudinal and radial modulus of elasticity was 10 ($E_L/E_R \approx 10$) and same relation, considering shear modulus (modulus of rigidity) was 20 ($E_L/G_{LR} \approx 20$). These results, associated with Poisson’s ratios herein determined, allow theoretical modeling of wood mechanical behavior in structures.

Key words: wood, *Eucalyptus citriodora*, elastic parameters, modulus of elasticity, Poisson ratio.

¹ Docente do Departamento de Engenharia Rural – FCA/UNESP – Botucatu/SP. E-mail: awballarin@fca.unesp.br

² Aluno do Programa de Pós-Graduação na Energia na Agricultura – FCA/UNESP – Botucatu/SP.

1 INTRODUÇÃO

Os primeiros ensaios na madeira, com o objetivo elementar de analisar a relação entre o carregamento e seus efeitos (tensões e deformação), foram feitos por Galileu, em 1638 e Hooke, em 1678. Segundo Hearmon (1966), os primeiros experimentos com o objetivo específico de determinar as constantes elásticas da madeira (considerada como material ortotrópico) foram realizados somente em 1920 por Jenkin & Canington.

Nos dias atuais, contabilizam-se inúmeros trabalhos com esse objetivo. As metodologias empregadas nesses estudos vão desde os ensaios estáticos convencionais (compressão, tração, flexão e torção) até os ensaios não-destrutivos (vibração longitudinal, vibração transversal) (Abbott & Elcock, 1987; Ross et al., 1997), ultra-som (Bucur, 1995; Bartholomeu et al., 1998; Fuentealba & Baradit, 2000; González & Karsulovic, 2000) e ondas de tensão (Bertholf, 1965; Hearmon, 1966; Kairserlik & Pellerin, 1977; Ross, 1985; Brashaw et al., 1996; Ross & Pellerin, 1994), sobretudo.

Lekhnitskii (1981), assim como outros pesquisadores, encaminham o equacionamento dessas relações tensão-deformação partindo de uma situação genérica (material sem qualquer simetria elástica) e particularizando-a, a seguir, em função das hipóteses simplificadoras de simetria que os materiais apresentam em particular.

Fusco (1989), dentre outros, sugere a validade de utilização do modelo ortotrópico (hipótese simplificadora de três planos principais de simetria elástica) à madeira. Mascia (1991), em trabalho teórico experimental, comprovou a adequação desse modelo ao material. Bodig & Jayne (1993) frisam que, para o caso da madeira, devido à sua própria estrutura física e anatômica mais complexa, pode-se, simplificadamente, assumir ortotropia retilínea.

O conhecimento dos principais parâmetros elásticos da madeira, que expressam relações tensão-deformação ou relações entre deformações nas direções de simetria elástica, é de fundamental importância para que seja possível a modelagem matemática de seu comportamento estrutural.

Para a grande maioria das madeiras comerciais americanas, esses parâmetros elásticos estão diagnosticados e encontram-se tabelados em termos de valores médios por espécie (FPL, 1999). No Brasil, a despeito do grande emprego comercial de diversas espécies nativas e de reflorestamento, poucos são os valores disponíveis a respeito desses parâmetros, destacando-se quase que exclusivamente o módulo de elasticidade na direção longitudinal – paralela às fibras.

Assim, considerando-se ser este um trabalho referencial inicial, além da determinação das principais constantes elásticas desse material, é de grande importância o estabelecimento de relações entre essas constantes e o parâmetro elástico já disponível — módulo de elasticidade longitudinal.

As propriedades elásticas dos sólidos podem ser definidas por meio da generalização da Lei de Hooke:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (1)$$

ou

$$\varepsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl} \quad (2)$$

em que C_{ijkl} é o tensor das constantes elásticas — matriz de rigidez — S_{ijkl} contém os termos da matriz de flexibilidade e $i, j, k, l = 1, 2$ ou 3 .

Simplificadamente, expressando-se os tensores de tensão e deformação na forma vetorial, e os tensores C_{ijkl} e S_{ijkl} na forma matricial, as equações podem ser escritas como:

$$[\sigma] = [C][\varepsilon] \quad \text{e} \quad [\varepsilon] = [S][\sigma]$$

Pelas expressões, nota-se que a matriz de rigidez [C] é a inversa da matriz de flexibilidade [S], ou seja, $[S] = [C]^{-1}$.

Experimentalmente, os termos da matriz [C] podem ser determinados pelas medições realizadas por ensaios não-destrutivos (ultra-som, ondas de tensão) enquanto os ter-

mos da matriz [S] podem ser determinados por ensaios estáticos convencionais, opção adotada, até o momento, pela maioria dos pesquisadores.

Considerando a ortotropia linear da madeira, os termos da matriz de flexibilidade são:

$$\begin{bmatrix} S_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & S_{44} & 0 & 0 \\ & (\text{sim}) & & & S_{55} & 0 \\ & & & & & S_{66} \end{bmatrix} \quad (3)$$

Os valores de S_{qq} ($q = 1,2,3$) relacionam uma tensão longitudinal a uma deformação longitudinal, ambas na mesma direção. Particularmente para a madeira, esta relação fornece os módulos de elasticidade de Young nas direções longitudinal (L), radial (R) e transversal (T):

$$S_{11} = 1/E_L, S_{22} = 1/E_R, S_{33} = 1/E_T \quad (4)$$

Os valores de S_{qr} ($q \neq r$ e $q,r = 1,2,3$) relacionam uma deformação longitudinal a uma tensão perpendicular, e esta relação é dada por:

$$S_{qr} = -\nu_{rq}/E_r \quad (5)$$

Os seis coeficientes de Poisson podem ser determinados pela relação (5).

Os valores de S_{qq} ($q = 4,5,6$) relacionam uma deformação tangencial com um tensão tangencial no mesmo plano e a relação é dada por:

$$S_{qq} = 1/G_q \quad (6)$$

Para a madeira, os termos S_{44} , S_{55} e S_{66} correspondem aos plano RT, LT e LR, respectivamente.

Dessa maneira, considerando-se os três eixos de simetria L, R e T, a matriz de flexibilidade se relaciona às constantes utilizadas na engenharia da seguinte maneira:

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & \frac{-\nu_{RL}}{E_R} & \frac{-\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & \frac{-\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & \frac{-\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \quad (7)$$

Considerando-se a simetria da matriz (7), tem-se que:

$$\frac{\nu_{RL}}{E_R} = \frac{\nu_{LR}}{E_L}; \quad \frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L}; \quad \frac{\nu_{TR}}{E_T} = \frac{\nu_{RT}}{E_R}$$

Para um corpo-de-prova com perfeita coincidência entre os eixos geométricos e os eixos de simetria física-elástica, submetido a uma carga de compressão axial na direção 1 (ensaio de compressão paralela às fibras), tem-se:

$$\sigma_L \neq 0; \quad \sigma_R = \sigma_T = 0;$$

$$\sigma_{LR} = \sigma_{RT} = \sigma_{LT} = 0$$

Das expressões (2) e (7), tem-se:

$$\varepsilon_L = \frac{1}{E_L} \sigma_L; \quad (8)$$

$$\varepsilon_R = \frac{-\nu_{LR}}{E_L} \sigma_L, \text{ e} \quad (9)$$

$$\varepsilon_T = \frac{-\nu_{LT}}{E_L} \sigma_L \quad (10)$$

Assim, substituindo-se a relação (8) nas (9) e (10), têm-se:

$$\nu_{LR} = \frac{-\varepsilon_R}{\varepsilon_L} \quad (11)$$

$$\nu_{LT} = \frac{-\varepsilon_T}{\varepsilon_L} \quad (12)$$

e pela relação (8) tem-se

$$E_L = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_L} \quad (13)$$

Para a análise do módulo de elasticidade transversal G_{ij} utiliza-se a transformação tensorial para mudança de bases. Para o caso da Figura 1, em que considera-se a rotação de um ângulo θ em relação ao eixo 3, particularizado como direção tangencial, tem-se:

$$S'_{11} = \frac{\cos^4 \theta}{E_L} + \left(\frac{1}{G_{LR}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta = \frac{1}{E'_1}$$

Evidencia-se, pois, a dependência de S'_{11} em relação a G_{LR} . Para o caso específico da Figura 1, onde $\theta=45^\circ$, tem-se:

$$S'_{11} = \frac{1}{4E_L} + \left(\frac{1}{G_{LR}} - \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \right) \frac{1}{4} + \frac{1}{4E_R} = \frac{1}{E'_1}, \text{ ou}$$

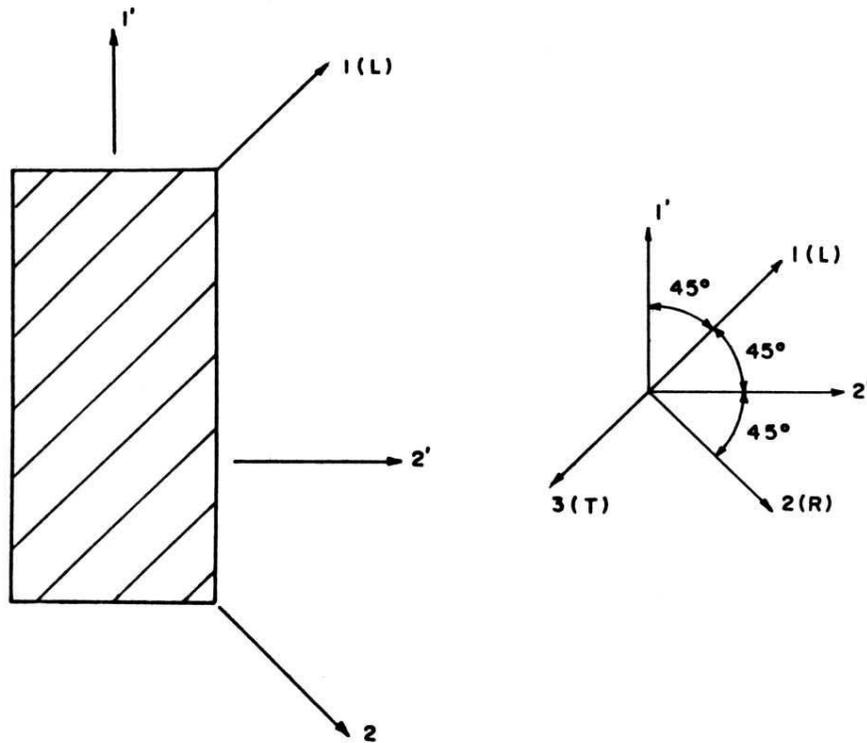


Figura 1. Corpo-de-prova de ensaio de compressão paralela às fibras, com defasagem de 45° entre os eixos geométricos e os de simetria elástica.

Figure 1. Sample for parallel to grain compression test, considering a 45° distortion between geometric and elastic symmetry axis.

$$\frac{1}{4G_{LR}} = \frac{1}{E'_1} - \frac{1}{4E_R} - \frac{1}{4E_L} + \frac{2\nu_{LR}}{4E_L}$$

Isolando-se o termo G_{LR} , obtém-se:

$$\frac{1}{G_{LR}} = \left[\frac{1}{E'_1} - \frac{1}{4E_R} - \frac{1}{4E_L} \right] \cdot 4 + \frac{2\nu_{LR}}{E_L} \quad (14)$$

A expressão (14) generalizada ficaria:

$$\frac{1}{G_{12}} = \left[\frac{1}{E'_1} - \frac{1}{4E_2} - \frac{1}{4E_1} \right] \cdot 4 + 2 \frac{\nu_{12}}{E_1} \quad (15)$$

Bodig & Jayne (1993) sugerem as seguintes relações entre constantes elásticas da madeira:

$$\begin{aligned} E_L : E_R : E_T &\approx 20 : 1,6 : 1 \\ G_{LR} : G_{LT} : G_{RT} &\approx 10 : 9,4 : \\ E_L : G_{LR} &\approx 14 : 1 \end{aligned} \quad (16)$$

Os mesmos autores apresentam, ainda, os valores médios dos coeficientes de Poisson para coníferas e folhosas de clima temperado (Tabela 1).

Tabela 1. Média dos coeficientes de Poisson.

Table 1. Medium Poisson's Coefficients.

Índice	Coníferas	Folhosas
ν_{LR}	0,37	0,37
ν_{LT}	0,42	0,50
ν_{RT}	0,47	0,67
ν_{TR}	0,35	0,33
ν_{RL}	0,041	0,044
ν_{TL}	0,033	0,027

Este trabalho teve como objetivo contribuir para a caracterização elástica da madeira de *Eucalyptus citriodora*, avaliando-se suas principais constantes elásticas.

2 MATERIAL E MÉTODOS

Para a determinação das principais constantes elásticas da madeira de *Eucalyptus citriodora* foi utilizado um único indivíduo arbóreo, de um plantio do ano de 1935, da coleção em Linha Arboreto do Horto Florestal de Rio Claro, SP. A árvore apresentou altura comercial de 28 m, com diâmetro da base ("pé") de 0,90 m e diâmetro do topo de 0,47 m.

Compilando-se as informações e equações desenvolvidas, observa-se que, na determinação de todas as constantes elásticas da madeira, seria necessária a confecção de corpos-de-prova em seis posições distintas em relação às direções L, R e T da árvore, conforme sugerem a Figura 2 e a Tabela 2.

Neste trabalho foi feita a caracterização da madeira no plano LR (longitudinal-radial), contemplando-se, assim, corpos-de-prova nas posições I, II e IV, conforme Figura 2. Para essa caracterização empregaram-se, no geral, ensaios de compressão. No caso particular da determinação do módulo de elasticidade na direção 1 (longitudinal), utilizaram-se, adicionalmente, ensaios de tração. Foram feitas seis repetições por tipo de ensaio (compressão ou tração) e por direção de sollicitação (long., radial e tang. - compressão - e long. - tração).

Considerando-se que a perfeita coincidência entre os eixos de simetria física-elástica da madeira (longitudinal, radial e tangencial) e os eixos de simetria geométrica dos corpos-de-prova é fator extremamente condicionante da qualidade dos resultados obtidos nesses ensaios de caracterização, para os ensaios de compressão utilizaram-se corpos-de-prova com 4cm x 4cm de seção transversal e comprimento de 12 cm. A diminuição de 1 cm do lado do corpo-de-prova em relação às dimensões estipuladas pela NBR 7190 (ABNT, 1997) propiciou uma maior proximidade entre a suposição teórica básica (material com ortotropia retilínea) e a situação real (material com ortotropia curvilínea). Para esses ensaios foram escolhidas as amostras de madeira que favorecessem a definição mais precisa das direções principais de elasticidade (Figura 3).

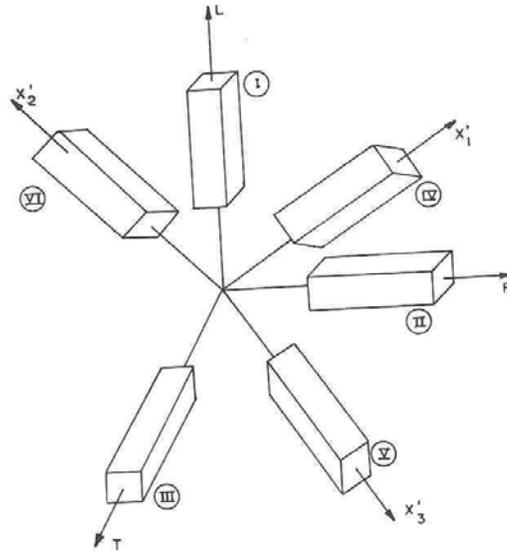


Figura 2. Posições para retirada de corpos-de-prova de ensaio de compressão paralela às fibras, buscando a determinação de todas as constantes elásticas da madeira.

Figure 2. Standard positions for compression parallel to grain sample production, considering a complete elastic characterization of wood.

Tabela 2. Posições básicas dos corpos-de-prova para mensuração dos parâmetros elásticos.

Table 2. Samples basic position for measurements of elastic parameters.

Posição	I	II	III	IV	V	VI
	$E_L = \frac{\sigma_L}{\varepsilon_L}$	$E_R = \frac{\sigma_R}{\varepsilon_R}$	$E_T = \frac{\sigma_T}{\varepsilon_T}$			
Parâmetros elásticos mensurados	$\nu_{LR} = -\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_L}$	$\nu_{RL} = -\frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_R}$	$\nu_{TL} = -\frac{\varepsilon_L}{\varepsilon_T}$	G_{LR}	G_{RT}	G_{LT}
	$\nu_{LT} = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_L}$	$\nu_{RT} = -\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_R}$	$\nu_{TR} = -\frac{\varepsilon_R}{\varepsilon_T}$			



Figura 3. Detalhe da etapa do preparo dos corpos-de-prova. Evidencia-se a preocupação com a correta definição dos eixos principais de elasticidade do torete, para a retirada do corpo-de-prova.

Figure 3. Detail of sample production, considering prior definition of elastic main axis to obtain a perfectly oriented sample.

Os corpos-de-prova de tração foram confeccionados de acordo com as prescrições da NBR 7190 (ABNT, 1997). Todos os procedimentos de ensaio, relativos ao tipo de máquina de ensaio, velocidades de carregamento e métodos para determinação da densidade do material e do módulo de elasticidade, seguiram o preconizado pela mesma NBR 7190 (ABNT, 1997). Todos os ensaios foram realizados com a madeira na umidade de equilíbrio higroscópico aproximadamente igual a 13%.

Os ensaios de compressão foram realizados com máquina universal de ensaios hidráulica com capacidade de carga de 1200 kN, utilizando-se célula de carga de capacidade igual a 100 kN. A aquisição dos dados de carregamento e deformação específica, nas diversas etapas de carregamento previstas, foi feita com uso de um *System 5000 – Model 5100 Scanner DA Vishay Measurements Group*. Os extensômetros elétricos de resistência – *strain-gages* – (KYOWA KFG-10-120-C1-11 linear e KFG-5-120-D17-11 roseta) foram ligados ao sistema a $\frac{1}{4}$ de ponte, sem compensação de temperatura.

Os ensaios de tração foram realizados com máquina universal de ensaio EMIC – DL 10.000, servo controlada, com acionamento eletro-mecânico e capacidade de carga de 100kN. As deformações específicas desses corpos-de-prova foram avaliadas com sistema tipo *clip-gage* com sensibilidade de 10 $\mu\text{m/m}$.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A densidade aparente da madeira (densidade média da árvore) resultou em 1,043g/cm³.

Os resultados obtidos para os parâmetros elásticos estudados estão apresentados nas Tabelas 3 e 4. As constantes elásticas foram calculadas considerando-se exclusivamente os valores individuais que se situavam dentro de um intervalo de confiança da média de 95%.

Ressalta-se o bom coeficiente de variação (C.V.) obtido nas determinações de módulo de elasticidade (em torno de 15%). Para os valores de coeficientes de Poisson, os coeficientes de variação resultaram, em alguns casos, excessivamente altos. Tal fato já havia sido comentado por

Mascia (1991) e Furlani (1995), sendo aceitáveis e, até, característicos desses tipos de ensaio, onde são avaliadas deformações específicas normais às direções de sollicitação.

Tabela 3. Resultados finais dos parâmetros elásticos da madeira de *Eucalyptus citriodora*, determinados a partir de ensaios de compressão paralela às fibras.

Table 3. Elastic parameters for *Eucalyptus citriodora* obtained from parallel to grain compression tests.

Parâmetros elásticos – ensaios de compressão paralela às fibras								
c.p. ⁽¹⁾	E _L (MPa)	E _R (MPa)	v _{LR}	v _{LT}	v _{RL}	v _{RT}	E _L ' (MPa)	G _{LR} (MPa)
C1-L	14.076		0,35	0,47				
C2-L	11.622		0,39	0,61				
C3-L	18.030		0,14	0,48				
C4-L	20.339		0,15	0,90				
C5-L	15.478		0,28	0,37				
C6-L	20.719		* ⁽²⁾	0,79				
C7-I							2.382	909
C8-I							2.446	947
C9-I							2.819	1.192
C10-I							1.935	672
C11-I							2.207	811
C12-I							2.141	776
C13-R		2.168			0,030	0,74		
C14-R		2.411			* ⁽²⁾	1,27		
C15-R		1.799			* ⁽²⁾	0,52		
C16-R		1.614			0,000	0,52		
C17-R		1.331			0,070	0,78		
C18-R		1.719			0,030	0,94		
Média	16.981	1.825	0,23	0,48	0,013	0,70	2.294	861
D. Padrão	2.773	241	0,10	0,10	0,021	0,18	144	81
C.V (%)	16,3	13,2	44,5	20,4	164,9	25,8	6,3	9,4

Observações:

1 - as letras à esquerda correspondem ao tipo de ensaio a que foram submetidos: C (compressão), T (tração) e as letras a direita referem-se a direção: L (longitudinal), I (inclinado), R (radial)

2 - corpo-de-prova descartado

3 - Simbologia

c.p. - corpo-de-prova

E_i - módulo de elasticidade na direção i

G_{ij} - módulo de elasticidade transversal no plano ij

v_{ij} - coeficiente de Poisson ij (relação entre deformações nas direções j e i, causadas por uma força na direção i)

Os valores dos módulos de elasticidade obtidos na direção 1 (longitudinal) estão coerentes com aqueles apresentados em tabelas técnicas (IPT, 1956; ABNT, 1997). Os módulos de elasticidade nessa direção, avaliados por meio de ensaios de compressão e tração ($E_{comp} = 16.981$ MPa e $E_{trac} = 16.583$ MPa), revelaram-se estatisticamente iguais ao nível de significância de 5%. A NBR 7190 (1997) preconiza a igualdade estatística desses dois parâmetros.

A relação E_L/E_R resultou em 9,3. A NBR 7190 (1997) sugere que a relação entre módulos de

elasticidade longitudinal e transversal seja adotada como 20, na falta de determinação experimental. Entretanto, o código normativo faz referência geral ao módulo transversal, sem especificar a direção radial ou tangencial. Conforme indicado por vários autores, o módulo de elasticidade radial deve ser superior ao módulo elasticidade tangencial. No caso de consideração específica do módulo de elasticidade radial, a relação longitudinal/radial normalmente diminui, ficando com valores teóricos da ordem de 12,5, de acordo com o apresentado nas relações (16).

Tabela 4. Resultados finais dos parâmetro elásticos da madeira de *Eucalyptus citriodora*, determinados a partir de ensaios de tração paralela às fibras.

Table 4. Elastic parameters for *Eucalyptus citriodora* obtained for parallel to grain tension tests.

Parâmetros elásticos – ensaio de tração paralela às fibras	
E_L	
(MPa)	
T1-L	18.803
T2-L	16.034
T3-L	15.063
T4-L	*(2)
T5-L	19.433
T6-L	13.584
Média	16.583
D. Padrão	2.483
C.V (%)	15,0

Observações:

1 - as letras à esquerda correspondem ao tipo de ensaio a que foram submetidos: C (compressão), T (tração) e as letras a direita referem-se a direção: L (longitudinal), I (inclinado), R (radial)

2 - corpo-de-prova descartado

3 - Simbologia

c.p. - corpo-de-prova

E_i - módulo de elasticidade na direção i

O valor obtido para coeficiente de Poisson no plano LR (ν_{RL}) apresentou-se inferior ao obtido por Mascia (1991) e ao sugerido por Bodig & Jayne (1993) para outras madeiras. Contudo, estes resultados são os primeiros obtidos experimentalmente para *Eucalyptus citriodora*, madeira, que, por sua gênese distinta, pode *evidentemente* guardar certas *particularidades* em relação às outras madeiras duras, como acontece com sua estabilidade dimensional, por exemplo. Os coeficientes de Poisson nos planos LT (ν_{LT}) e RT (ν_{RT}) resultaram bastante próximos aos apresentados por Bodig & Jayne (1993).

A relação E_L/G_{LR} resultou em 19,7. Bodig & Jayne (1993) sugerem o valor 14 para essa relação, no caso das folhosas.

O módulo de elasticidade à tração paralela às fibras foi obtido com um coeficiente de variação relativamente baixo, em torno de 15%.

Os diagramas tensão–deformação específica, representativos dos ensaios de compressão para determinação dos demais parâmetros elásticos da madeira (módulos de elasticidade longitudinal E_L , radial E_R , e coeficientes de Poisson ν_{RL} , ν_{LT} , ν_{RT} e G_{LR}), que permitem a caracterização elástica do material são apresentados nas Figuras 4 a 6. A Figura 7 ilustra o mesmo diagrama para o ensaio de tração.

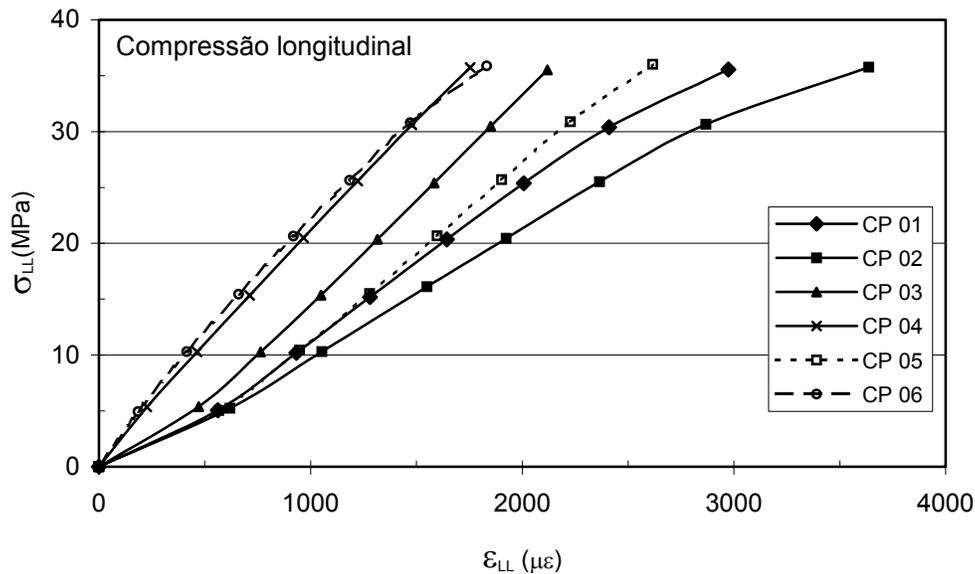


Figura 4. Diagrama tensão–deformação para os exemplares ensaiados à compressão longitudinal.
Figure 4. Stress-strain curves for parallel to grain compression test.

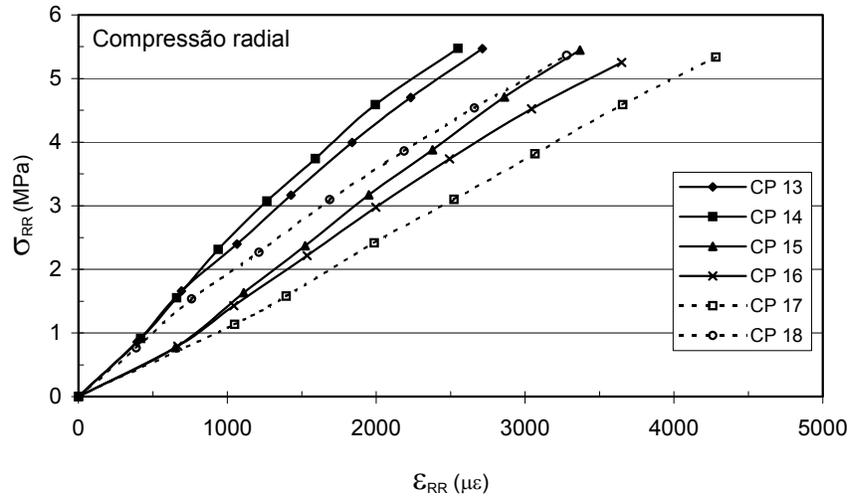


Figura 5. Diagrama tensão–deformação para os exemplares ensaiados à compressão radial.
Figure 5. Stress-strain curves for radial compression test.

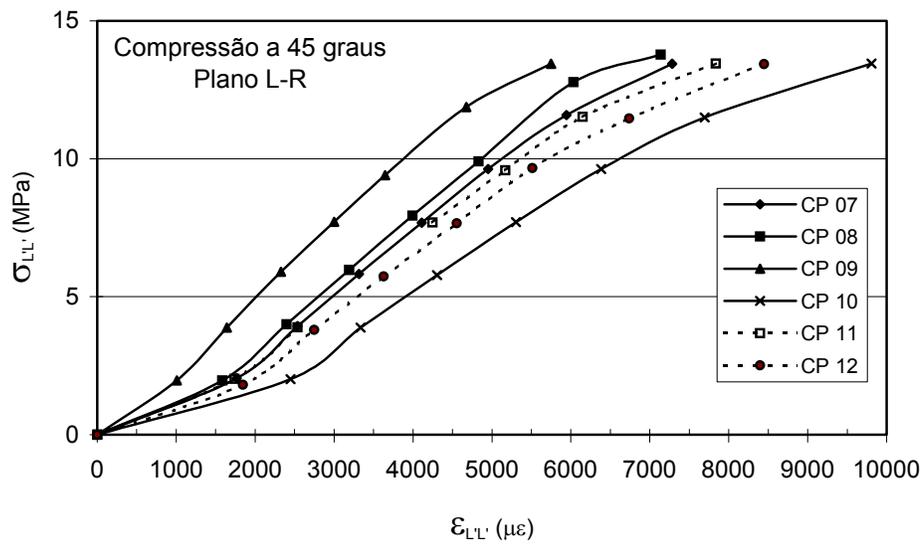


Figura 6. Diagrama tensão–deformação para os exemplares ensaiados à compressão inclinada.
Figure 6. Stress-strain curves for inclined compression test.

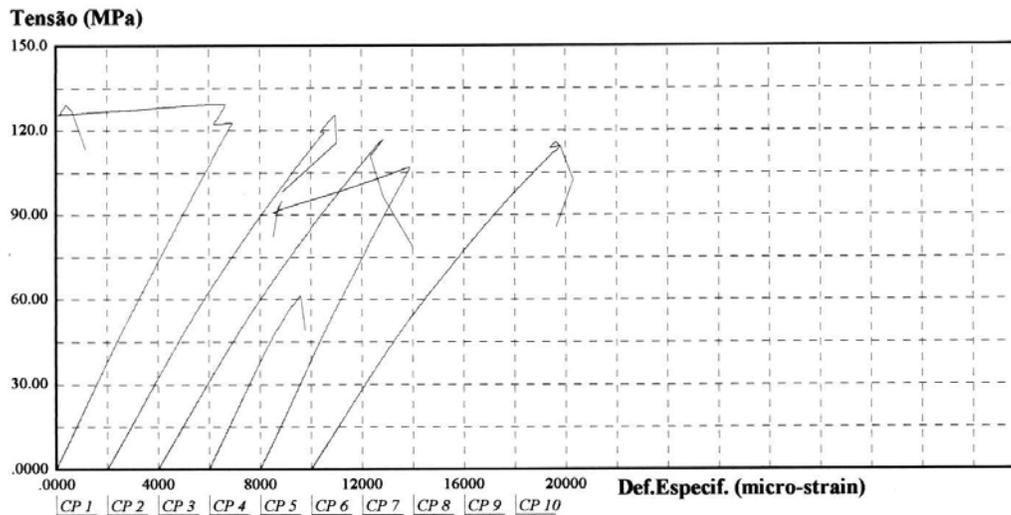


Figura 7. Diagrama tensão–deformação para os exemplares ensaiados à tração longitudinal.
Figure 7. Stress-strain curves for parallel to grain tension test.

Observam-se claramente os trechos elásticos, onde é possível a avaliação dos parâmetros estudados. Evidencia-se, ainda, o comportamento elasto-frágil da madeira à tração longitudinal (Figura 7).

As deformações específicas experimentadas pelos corpos-de-prova nos ensaios de compressão foram da ordem de $2000\mu\epsilon$ a $3500\mu\epsilon$ para a compressão longitudinal e de $2500\mu\epsilon$ a $4000\mu\epsilon$ para a compressão radial. Os corpos-de-prova submetidos à compressão inclinada em 45° em relação às fibras experimentaram deformações específicas elevadas, acima de $5000\mu\epsilon$.

Todos os corpos-de-prova ensaiados à tração longitudinal apresentaram deformações específicas elásticas superiores a $4000\mu\epsilon$. Este valor é superior àquele do ensaio de compressão na mesma direção, comprovando o modelo teórico sugerido pela NBR 7190 (1997).

4 CONCLUSÕES

Neste trabalho realizou-se o desenvolvimento teórico da caracterização elástica da madeira, com adoção do modelo ortotrópico, determinando-se experimentalmente as principais constantes do *Eucalyptus citriodora*. Ainda, estabeleceram-se as relações entre essas constantes e o módulo de elasticidade longitudinal do material, principal parâmetro elástico com dados disponíveis na bibliografia nacional.

Para a modelagem teórica do comportamento mecânico dessa madeira, com uso de softwares, os resultados obtidos permitem a indicação dos seguintes valores e relações gerais:

O módulo de elasticidade na direção longitudinal da madeira, avaliado por meio de ensaio de compressão, tem valor médio 16.980 MPa;

O módulo de elasticidade na direção longitudinal da madeira, avaliado por meio de ensaio de tração, tem valor médio 16.580 MPa, podendo ser assumido como estatisticamente igual

ao obtido no ensaio de compressão ($E_{I, \text{tração}} = E_{I, \text{compressão}}$);

O módulo de elasticidade na direção radial tem valor aproximado de 1/10 do módulo de elasticidade longitudinal ($E_R \approx E_L/10$);

O módulo de elasticidade transversal no plano LR tem valor aproximado de 1/20 do módulo de elasticidade longitudinal ($G_{LR} \approx E_L/20$);

Os coeficientes de Poisson obtidos foram:

$$\nu_{LR} = 0,23;$$

$$\nu_{LT} = 0,48;$$

$$\nu_{RL} = 0,013$$

$$\nu_{RT} = 0,70$$

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABBOTT, A. R.; ELCOCK, G. Pole testing in the European context. In: NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD SYMPOSIUM, 6., 1987, Pullman, WA. **Proceedings...** Pullman: Washington State University, 1987. p. 277-302
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de madeira (NBR 7190)**. Rio de Janeiro: ABNT, 1997. 107 p.
- BARTHOLOMEU, A.; GONÇALVES, R.; HERNÁNDEZ, R. E. Montagem de equipamento para ensaios não-destrutivos em madeira utilizando ultra-som. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 6., 1998, Florianópolis, SC. **Anais...** Florianópolis: IBRAMEM, 1998. v. 4, p. 345-354.
- BERTHOLF, L. D. **Use of elementary stress wave theory for prediction of dynamic strain in wood**. Pullman, WA: Washington State University, 1965 (Bulletin 291)
- BODIG, J.; JAYNE, B. A. **Mechanics of wood and wood composites**. 2. ed. Malabar, Flórida: Krieger, 1993. 712 p.
- BRASHAW, B. K.; ROSS, R. J.; PELLERIN, R. F. Stress wave nondestructive evaluation of green veneer. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD, 10., 1996, Lausanne. **Proceedings...** Lausanne: Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1996. p. 135-145.
- BUCUR, V. **Acoustics of wood**. New York: CRC Press, 1995. 284 p.
- FOREST PRODUCTS LABORATORY. **Wood handbook: wood as an engineering material**. FPS Press, 1999. 474 p.
- FUENTEALBA, C.; BARADIT, E. Determinación de las constantes elásticas de la madera por ultrasonido: parte 1 – módulos de elasticidad y módulos de rigidez. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO EN PRODUCTOS FORESTALES, 1., 2000, Concepción, Chile. **Anais...** Concepción, Chile, 2000. 7 p. CD-ROM.
- FURLANI, J. E. **Um estudo sobre a variação numérica do coeficiente de Poisson na madeira**. 1995. 144 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade de Campinas. Faculdade de Engenharia Civil, Campinas.
- FUSCO, P. B. Caracterização da deformabilidade na elasticidade linear: conceitos básicos para a definição das propriedades elásticas da madeira. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 3., 1989, São Carlos. **Anais...** São Carlos:IBRAMEM, 1989. v. 5, p. 175-215.
- GONZÁLEZ, A. M. B.; KARSULOVIC, J. T. C. Efecto de nudos e inclinación de fibras en la velocidad de propagación e impedancia acústica de ondas ultrasónicas em madeira de Pino radiata. In: CONGRESO IBEROAMERICANO DE INVESTIGACIÓN Y DESARROLLO EN

- PRODUCTOS FORESTALES, 1., 2000, Concepción, Chile. **Anais...** Concepción, Chile, 2000. 11 p. CD-ROM.
- HEARMON, R. F. S. Theory of the vibration testing of wood. **Forest Products Journal**, Madison, v. 16, n. 8, p. 29-40, Aug. 1966.
- INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS. **Boletim nº 31**. 2. ed. São Paulo, 1956.
- KAISERLIK, J. H.; PELLERIN, R. F. Stress wave attenuation as an indicator of lumber strength. **Forest Products Journal**, Madison, v. 27, n. 6, p. 39-43, June 1977.
- LEKHNITSKII, S. G. **Theory of elasticity of an anisotropic body**. Moscou: Mir, 1981.
- MASCIA, N. T. **Considerações a respeito da anisotropia da madeira**. 1991. 293 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) - Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos.
- ROSS, R. J. Stress wave propagation in wood products. In: **NONDESTRUCTIVE TESTING OF WOOD SYMPOSIUM**, 5., 1985, Pullman, WA. **Proceedings...** Pullman, WA: Washington State University, 1985. p. 291-318.
- ROSS, R. J.; McDONALD, K. A.; GREEN, D. W.; SCHAD, K. C. Relationship between log and lumber modulus of elasticity. **Forest Products Journal**, Madison, v. 47, n. 2, p. 89-92, Feb. 1997.
- ROSS, R. J.; PELLERIN, R. F. **Nondestructive testing for assessing wood members in structures**. Madison, WI: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Forest Products Laboratory, 1994. (General Technical Report FPL-GTR 70).