

**MODELAGEM DA PRODUÇÃO CERÍFERA DE CARNAÚBA  
*Copernicia prunifera* (MILLER) H.E. MOORE, NO MUNICÍPIO DE  
CAMPO MAIOR - PIAUÍ**

José Antônio Aleixo da Silva<sup>1</sup>; Paulo Borges da Cunha<sup>2</sup>,  
Isabelle Maria Jacqueline Meunier<sup>1</sup>

RESUMO: O presente trabalho foi realizado na Fazenda Arial, localizada no município de Campo Maior - PI, compreendendo uma área de 229 ha de vegetação nativa de carnaúba, *Copernicia prunifera* (Miller) H. E. Moore. Uma amostragem estratificada em dois estratos caracterizados em função da densidade populacional (N) foi usada. O erro de amostragem obtido foi de 4,18% com limites de confiança para a média de produção do pó cerífero de  $9,584 \leq \mu_I \leq 10,804$  (kg/ha) para o estrato I e de  $10,069 \leq \mu_{II} \leq 11,398$  (kg/ha) para o estrato II. As equações finais foram  $\hat{PP} = 210,044 + 22,373 N$  e  $\hat{PP} = (4,272+0,068 N)^{4,032}$  para os estratos I e II respectivamente.

PALAVRAS-CHAVES: Carnaúba, pó cerífero, regressão.

***Copernicia prunifera* (CARNAUBA) WAXEN PRODUCTION  
MODELING IN THE CAMPO MAIOR COUNTRY - PIAUÍ**

ABSTRACT: This study was developed in the Farm Arial located in Campo Maior-PI, with an area of 229 ha of native vegetation of carnauba *Copernicia prunifera* (Miller) H. E. Moore. The main goal was to model the wax powder productivity by using regression techniques. A stratified sampling technique in two strata as function of population density (N) was used. The actual sampling error was 4,18% with the confidence interval for the wax powder productivity of  $9,584 \leq \mu_I \leq 10,804$  kg/ha in the stratum I and  $10,069 \leq \mu_{II} \leq 11,398$  kg/ha in the stratum II. The final equations for stratum I and II were  $\hat{PP} = 210,044 + 22,373 N$  and  $\hat{PP} = (4,272+0,068 N)^{4,032}$  respectively.

KEY WORDS: Carnaúba, wax powder, regression.

<sup>1</sup> Professores do Departamento de Ciência Florestal da UFRPE. Rua Dom Manoel de Medeiros S/N, Dois Irmãos, 52171-030, Recife- PE.

<sup>2</sup> Engenheiro Florestal, Mestre em Botânica pela UFRPE.

## 1. INTRODUÇÃO

A vegetação terrestre constitui-se em um dos principais recursos naturais renováveis do planeta e sua multiplicidade de funções gera uma complexidade de técnicas de aproveitamento que tem sua base na precisa descrição da sua fisionomia, composição florística, relações ecológicas entre as plantas e o seu ambiente, e consequentemente sua capacidade produtiva.

Os processos extrativistas de exploração dos recursos florestais, que incluem desde o uso de fogo até o corte raso, sejam para o estabelecimento da agropecuária ou para a obtenção de lenha, de carvão vegetal ou outros produtos, despertam a necessidade de conhecimento mais profundo da vegetação, a fim de que se tenham informações suficientes para seu manejo adequado.

Entre as espécies que compõem a vegetação brasileira, a carnaúba *Copernicia prunifera* (Miller) H.E. Moore., merece destaque por ser considerada uma das plantas de valor econômico e resistente à seca ou inundações tão comuns no Nordeste. Os Estados do Maranhão, Piauí, Ceará e Rio Grande do Norte são seus maiores produtores, concorrendo com 86,2% do total produzido no Brasil (SUDENE, 1967).

Estimativas de parâmetros populacionais da vegetação, tais como volume, número de indivíduos, etc., podem ser feitas pela mensuração de todos indivíduos através de um censo ou pelo uso de parte da população através de sistemas amostrais.

Técnicas de regressão têm sido freqüentes no uso de processos estimativos. Distribuição normal e independência dos erros, variância constante e não colinearidade entre

as variáveis independentes são requisitos básicos que devem ser considerados (Kelly e Beltz, 1987). Quando algum(ns) desses requisitos é (são) violado(s), o uso de transformações dos dados se faz necessário (Cunia, 1964; Jacobs e Monteith, 1981).

Box e Cox (1964) desenvolveram uma família de transformações que pode ser usada em qualquer conjunto de dados onde a variável dependente seja positiva, sendo representada por:

$$W_i = \begin{cases} (Y_i^\lambda - 1)/\lambda & \text{para } \lambda \neq 0 \\ \ln Y_i & \text{para } \lambda = 0 \end{cases}$$

onde:

$W_i$  = variável dependente transformada

$Y_i$  = variável dependente na forma original

Essa família depende diretamente do parâmetro  $\lambda$  que é o coeficiente de transformação dos dados, bem como do vetor de parâmetros  $\beta$  para o modelo a ser ajustado na seguinte forma:

$$W = X\beta + \varepsilon$$

em que  $W = (W_1, W_2, \dots, W_n)$

O valor de  $\lambda$  que maximize:

$$L_{\max} \lambda = -\frac{n}{2} \cdot \ln \left( \frac{SQR}{n} \right) + (\lambda - 1) \sum_{i=1}^n \ln Y_i$$

onde:

SQR = Soma de quadrados dos resíduos,

$n$  = número das observações,

$\ln$  = logaritmo neperiano

é o estimador de máxima verossimilhança de  $\lambda$  (Silva e Bailey, 1991).

Quando o intervalo de confiança para  $\lambda$  incluir a unidade (1,0), os dados não precisam de transformação alguma e a equação resultante deve ser considerada.

Esse tipo de transformação tem sido usado com sucesso em pesquisas florestais (Shreuder e Swank, 1971; Silva, 1986; Meng e Tsai, 1986; Kelly e Belts, 1987; Silva e Bailey, 1991; Silva et al., 1992, 1994).

O principal objetivo deste estudo foi modelar a produção cerífera com de técnicas de regressão.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

A região escolhida para execução do presente trabalho foi a Fazenda Arial, localizada no Município de Campo Maior, Estado do Piauí, que possui uma área de 229 hectares de vegetação nativa de *Copernicia prunifera* (Miller) H. E. Moore., localizada entre as coordenadas 4°49' de Latitude Sul e 42°11' de Longitude Oeste Gr, com uma altitude média de 125 metros. Caracteriza-se por apresentar uma cobertura vegetal predominantemente típica de Zona dos Cocais (Veloso et al, 1991), ocorrendo, nesta região, gramíneas (capim-mimoso e agreste) e, no seu porte arbustivo-arbóreo, principalmente carnaúba (Veloso et al., 1991).

Dados coletados pela estação meteorológica da EMBRAPA revelam uma precipitação média de 1375 mm/ano, com uma estação seca entre os meses de agosto e dezembro, com clima Aw', (clima quente e úmido com chuvas de verão), segundo a classificação de Koppen.

Utilizou-se o sistema de amostragem estratificada no povoamento que foi

subdividido em dois estratos de 128 e 101 hectares, respectivamente. A divisão dos estratos foi em função da densidade populacional, bem como da época em que os dados foram coletados (estação chuvosa e estação seca). A unidade amostral considerada no estudo foi parcela de 20 x 30 m (600 m<sup>2</sup>).

No Estrato I, com população mais densa, foram mensuradas os indivíduos de 30 parcelas, sendo os dados coletados na época chuvosa de 1993. O número potencial de parcelas no Estrato I foi de 2134. No Estrato II, com a população mais espaçada, a coleta de dados foi feita na estação seca mensurando-se 20 parcelas. O número potencial de parcelas no Estrato II foi de 1684.

Após o corte das folhas, as mesmas eram recolhidas, riscadas e expostas por um período de 2 (dois) dias no lastro, local de secagem ao ar livre das folhas, e posteriormente era extraído o pó cerífero. Foi utilizada uma balança com capacidade para 10 kg para a pesagem do pó cerífero de cada parcela.

Para a análise da produção de pó cerífero por unidade de área, considerou-se o erro de amostragem (E%) adotado de 5%, e a alocação das parcelas por estrato foi segundo o critério de Alocação Ótima de Neyman (Netto e Brena, 1993).

Em ambos estratos foram consideradas as seguintes variáveis:

- PP = peso de pó cerífero (g)
- HT = média da altura total das árvores da parcela (m)
- HF = média da altura do fuste das árvores da parcela (m)
- HC = média da altura da copa das árvores da parcela (m)

NF = média do número de folhas por árvores da parcela  
 DAP = média dos DAPs das árvores da parcela (m)  
 CF = média do comprimento das folhas das árvores da parcela (m)  
 PFS = média do peso das folhas secas das árvores da parcela (g)  
 T = média da temperatura do ar no período da coleta dos dados  
 N = número de árvore por parcela

Realizados os cálculos referentes às estimativas das produções de pó cerífero, por estrato e para a população, empregaram-se modelos de regressão lineares múltiplos na tentativa de ajustar os dados de produções de pó cerífero em função de variáveis das árvores. O modelo inicialmente utilizado foi:

$$PP = \beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^I X_i + \xi_i$$

onde:

PP = produção de pó cerífero (g)  
 $\beta_0, \beta_i$  = parâmetros do modelo,  
 $i = 1, 2, \dots, 9$   
 $X_i$  = variáveis da árvore  
 $\xi_i$  = erro aleatório

Para seleção de variáveis nas equações finais, utilizou-se o procedimento Stepwise. Após selecionadas as variáveis que compuseram as equações finais, a família de transformações de dados proposta por Box e Cox (1964) foi considerada na tentativa de aumentar as precisões das equações resultantes, bem como eliminar das equações finais variáveis que, mesmo significativas, fossem difíceis de mensurar na árvore.

Tal transformação pode ser ajustada por métodos matemáticos iterativos da seguinte forma (Silva et al.,1994):

$$\frac{PP^\lambda - 1}{\lambda} = \beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^I X_i + \xi_i$$

$$PP^\lambda = \lambda \left( \beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^I X_i + \xi_i \right) + 1$$

$$PP = \left[ \lambda \left( \beta_0 + \beta_1 \sum_{i=1}^I X_i + \xi_i \right) + 1 \right]^{\frac{1}{\lambda}}$$

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Antes de se processar as análises de ajustes dos modelos múltiplos aos dados, procedeu-se uma análise de correlação entre a variável PP e as demais variáveis da árvore e do solo, densidade populacional e temperatura, no caso tratadas como variáveis independentes. Os resultados constam no Quadro 1.

Em função dos coeficientes de correlações entre PP e as demais variáveis consideradas no estudo, observou-se que os baixos valores obtidos não levariam ao ajuste de nenhum modelo deregressão para todos os dados em conjunto. Por esta razão, foi introduzida uma variável indicadora (Dummy) E no estudo, com a finalidade de estratificar as análises em dois grupos, isto é, estrato I e estrato II.

Portanto, ajustou-se primeiramente, para todas as parcelas, o modelo:

$$PP = \beta_0 + \beta_1 CF + \beta_2 DAP + \beta_3 HC + \beta_4 HF + \beta_5 HT + \beta_6 N + \beta_7 NF + \beta_8 PFS + \beta_9 E + \epsilon_i$$

obtendo-se os seguintes resultados (Quadro 2).

Quadro 1.  
Coeficiente de correlação geral entre PP e variáveis independentes.

*General coefficient of correlation among PP and independent variables.*

Variáveis Independentes	Coefficientes de Correlação
CF	0,097
DAP	-0,011
HC	0,204
HF	0,215
HT	0,254
N	0,360
NF	0,064
PFS	0,100
T	0,149

Quadro 2.  
Estimativas dos parâmetros do modelo.

*Estimates of the model parameters.*

ESTIMATIVAS	COEFICIENTES	PROBABILIDADE
b <sub>0</sub>	-149,862	0,636 n.s.
b <sub>1</sub>	282,416	0,289 n.s.
b <sub>2</sub>	-51,278	0,293 n.s.
b <sub>3</sub>	-28,566	0,626 n.s.
b <sub>4</sub>	-3,592	0,899 n.s.
b <sub>5</sub>	19,155	0,573 n.s.
b <sub>6</sub>	27,182	0,000 * *
b <sub>7</sub>	2,906	0,755 n.s.
b <sub>8</sub>	0,039	0,523 n.s.
b <sub>9</sub>	195,599	0,005**

n.s. = não significativo  
\* \* = altamente significativo

Tal análise proporcionou um coeficiente de determinação R<sup>2</sup> = 0,787.

Realizou-se a análise usando o procedimento Stepwise para selecionar o modelo com um menor número de variáveis, uma vez que a maioria delas não foi significativa, sendo que o resultado do Stepwise foi o seguinte (Quadro 3).

Quadro 3.  
Seleção de coeficientes pelo processo Stepwise.

*Selection of coefficients by the stepwise process.*

ESTIMATIVAS	COEFICIENTES	PROBABILIDADE
b <sub>0</sub>	-163,369	0,208 n.s.
b <sub>1</sub>	460,591	0,011 **
b <sub>6</sub>	226,296	0,000 **
b <sub>3</sub>	26,848	0,000 **

A equação resultante foi:

$$\hat{PP} = -163,369 + 460,561CF + 226,296E + 26,848N \text{ com um } R^2 = 0,746.$$

Aplicou-se a transformação do BOX e COX (1964) ao modelo resultante e o intervalo de confiança para λ foi:

$$0,103 \leq \mu_{II} \leq 0,657$$

resultando na seguinte equação:

$$\hat{PP} = [0,380 (13,580 + 8,121CF + 0,484E + 4,179N) + 1]^{1/0,380}$$

$$\hat{PP} = (6,160 + 3,086CF + 0,184E + 1,588N)^{2,632} \text{ com um } R^2 = 0,766.$$

Sendo E uma variável binária, E=0 para o estrato I e E=1 para o estrato II, a equação resultante pode ser escrita, para os dois estratos, das seguintes formas:

Estrato I (E=0)

$$\hat{PP} = (6,160 + 3,086CF + 1,588N)^{2,632}$$

Estrato II (E=1)

$$\hat{PP} = (6,344 + 3,086CF + 1,588N)^{2,632}$$

Como foi comprovada a diferença entre os dois estratos pela significância da variável indicadora E, procederam-se as análises de regressões específicas por estrato, empregando o procedimento Stepwise para selecionar as variáveis por estrato.

Estrato I

A equação resultante de Stepwise para o estrato I foi a seguinte:

$$\hat{PP} = -220,747 + 633,295CF + 23,910N \quad \text{com} \\ R^2 = 0,704$$

A partir desta equação, ajustou-se o seguinte modelo usando a transformação de Box e Cox (1964). O limite de confiança para  $\lambda$  foi:

$$-0,044 \leq \mu_{II} \leq 0,515$$

que inclui zero, sendo portanto desnecessário o uso de tal transformação, por  $\lambda$  ser não significativo.

Pelo fato da variável CF ter que ser medida nas árvores, resolveu-se, por uma questão de praticidade nos trabalhos de

campo, ajustar um novo modelo linear simples sem esta variável.

O resultado foi:

$$\hat{PP} = 210,444 + 22,373N \quad \text{com} R^2 = 0,675$$

Estrato II

O resultado do Stepwise para o estrato II foi:

$$\hat{PP} = 390,993 - 497,724DAP + 38,049N \\ \text{com} R^2 = 0,942$$

Pelo mesmo motivo de praticidade usado no estrato I, resolveu-se fazer uma nova análise usando a transformação de Box e Cox (1964) sem considerar a variável DAP. Os resultados obtidos estão no Quadro 4.

Quadro 4.

Resultados do uso da transformação de Box e Cox (1964) nos dados do estrato II.

*Results from the use of the Box and Cox transformation (1964) in the data of the stratum II.*

ESTIMATIVAS	COEFICIENTES	LIMITE DE CONFIANÇA
$\lambda$	0,248	$0,114 \leq \lambda \leq 0,381$
$b_0$	13,195	$6,935 \leq \beta_0 \leq 19,456$
$b_1$	0,276	$0,330 \leq \beta_1 \leq 0,518$

$$R^2 = 0,941$$

Observa-se que todos os parâmetros usados no modelo foram significativos e que mesmo retirando-se a variável DAP, o valor do  $R^2$  ficou praticamente inalterado por causa do uso de transformação de Box e Cox (1964).

A equação final para o estrato II é:

$$\hat{PP} = [0,248 (13,195 + 0,276 N) + 1]^{4,032}$$

A distribuição do número mínimo de parcelas por estrato, segundo a Alocação Ótima de Neyman (Pellico Netto e Brena, 1993), foi de 21 e 15 para os estratos I e II respectivamente, resultando em um erro de amostragem de 4,18%, sendo portanto a amostragem piloto considerada como definitiva.

As estimativas realizadas indicaram valores para produtividades de pó cerífero de  $9,584 \leq \mu_I \leq 10,804$  (kg/ha) para o estrato I e de  $10,069 \leq \mu_{II} \leq 11,398$  (kg/ha) para o estrato II.

#### 4. CONCLUSÕES

Modelos matemáticos lineares e não lineares, usando como variável independente o número de árvores por parcelas de 600 m<sup>2</sup>, mostraram-se eficientes nas estimativas das produções de pó cerífero nos dois estratos considerados.

Neste tipo de estudo, a transformação de Box e Cox deve ser considerada, uma vez que pode melhorar a precisão das equações resultantes.

Constatou-se também que a retirada do pó cerífero na época chuvosa, mesmo no estrato mais denso, leva a uma menor produtividade. Recomenda-se, portanto, que pesquisas de cunho econômico sejam desenvolvidas na área para estimar um número mínimo de folhas a ser retirado por unidade de área, com a finalidade de garantir uma renda mínima para atendimento das

necessidades básicas para o atendimento do núcleo familiar, deixando um maior número de folhas para serem coletadas na época seca, o que acarretará uma maximização dos lucros.

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BOX, G.E.; COX, D.R. An analysis of transformations. **Journal of the Royal Statistical Society**, London, B- 26, 211-243, 1964.
- CUNIA, T. Weighted least squares method and construction of volume tables. **Forest Science**, Washington, v.10, p.180-191, 1964.
- JACOBS, M.W.; MONTEITH, D.B. Feasibility of developing regional weight tables. **Journal of Forestry**, Washington, v.76, p.676-677, 1981.
- KELLY, J.F.; BELTZ, R.C. **A comparison of tree volume equation models for forest inventory**. St. Paul: USDA Forest Service, 1987, 9p. (Research Paper, SO-233).
- MENG, C.H.; TSAI, W.Y. Selection of weight for weighted regression models for forest inventory. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v.16, p.671-673, 1986.
- PULLICO NETTO, S.; BRENA, D.A. **Inventário florestal**, Curitiba: UFPR/UFMS, 1993. 268p.
- SCHREUDER, H.T.; SWANK, W.T. A comparison of several statistical models in forest biomass and surface area estimation. **In: International Union of Forest Research Organizations, Section 25: Yield and Growth, Maine**, 125-136, 1971.
- SILVA, J.A.A. da.; **Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantation**. Georgia: University of Georgia. School of Forest Resources, 1986. 139p. (Dissertação de Ph.D.).
- SILVA, J.A.A. da.; BAILEY, R.L. Uso de transformações normalizadoras no ajuste de modelos volumétricos. **Revista Árvore**, Viçosa, v.15, n.12, p.199-206, 1991.

SILVA, J.A.A. da.; BORDERS, B.E.; BRISTER, G.H. A tree volume equation based on two lower stem diameters for Caribbean Pine in Sri Lanka. **Commonwealth Forestry Review**, London, v.7, n.12, p.114-116, 1992.

SILVA, J.A.A. da.; MACHADO, S.A.; BORDERS, B.E. et al. Aumento da precisão de modelos volumétricos através do uso da transformação de Box e Cox. **Revista Cerne**, Lavras, v.1, n.1, p.13-16, 1994.

SUDENE. **Estudo dos principais extrativos vegetais do Nordeste**. Recife, 1967. 66p. (SUDENE. Agricultura, 1)

VELOSO, H.P.; RANGEL FILHO, A.L.R.; LIMA, J.C.A. et al. **Classificação da vegetação brasileira, adaptada a um sistema universal**. Rio de Janeiro: IBGE, 1991. 12p.