COMPARAÇÃO DE MODELOS POLINOMIAIS SEGMENTADOS E NÃO-SEGMENTADOS NA ESTIMATIVA DE DIÂMETROS E VOLUMES AO LONGO DO FUSTE DE *Pinus taeda*

Adriana Leandra de Assis[1], José Roberto Soares Scolforo[2], José Márcio de Mello[3], Fausto Weimar Acerbi Júnior[3], Antonio Donizete de Oliveira[4]

RESUMO: Este estudo teve por objetivos principais comparar a acurácia das estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* propiciadas por modelos polinomiais segmentados e não-segmentados, e analisar o impacto do controle das classes diamétricas na precisão dos ajustes. A base de dados utilizada foi composta por 58 árvores de *Pinus taeda* cubadas rigorosamente, nas propriedades da empresa Papel de Imprensa S/A, PISA, na região de Jaguariaíva - PR. As 58 árvores foram divididas em oito classes diamétricas, procedendo-se ao ajuste de dois modelos polinomiais segmentados e dois modelos polinomiais não-segmentados para cada classe diamétrica e para o conjunto total dos dados. Os modelos segmentados testados foram o de Clark et al. (1991) e o de Max & Burkhart (1976). Os modelos não-segmentados testados foram o de Hradetzky (1976) e o de Goulding & Murray (1976). Para comparar as estimativas de diâmetros e volumes propiciadas pelos quatro modelos, foi utilizado um delineamento em blocos casualizados com parcelas subdivididas no tempo. A comparação estatística dos quatro modelos ajustados com e sem o controle das classes diamétricas, mostrou que os modelos apresentam comportamentos diferenciados nas estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste. Observou-se que se forem desejadas estimativas acuradas de diâmetros e volumes ao longo do fuste, os modelos devem ser ajustados com o controle das classes diamétricas. Observou-se ainda que o modelo de Clark et al. (1991) foi o mais flexível para as estimativas do volume, podendo ser ajustado sem o controle das classes diamétricas, a exceção da classe de 32,5cm e das árvores com diâmetro igual ou superior a 45cm. Considerando a simplicidade de ajuste e de manuseio do modelo, aliada à acurácia das estimativas dos diâmetros e dos volumes observada para a base de dados em questão, o modelo de Hradetzky (1976) foi o escolhido, ressaltando que o ajuste deve ser feito com controle das classes diamétricas.

Palavras-chave: Modelos de afilamento, estimativas de diâmetro, estimativas de volume, classes de diâmetro

[1] Engenheira Florestal, M.Sc., Acadêmica do curso de Doutorado em Engenharia Florestal. Departamento de Ciências Florestais. Universidade Federal de Lavras. Caixa Postal 37. CEP: 37200-000. Lavras. MG.

[2] Engenheiro Florestal, Dr., Professor Titular do Departamento de Ciências Florestais. Universidade Federal de Lavras. Caixa Postal 37. CEP: 37200-000. Lavras. MG. scolforo@ufla.br

[3] Engenheiro Florestal, M.Sc., Professor Assistente do Departamento de Ciências Florestais. Universidade Federal de Lavras. Caixa Postal 37. CEP: 37200-000. Lavras. MG.

[4] Engenheiro Florestal, Dr., Professor Adjunto do Departamento de Ciências Florestais. Universidade Federal de Lavras. Caixa Postal 37. CEP: 37200-000. Lavras. MG. donizete@ufla.br

COMPARISON OF SEGMENTED AND NON-SEGMENTED POLYNOMIAL TAPER MODELS FOR ESTIMATING DIAMETERS AND VOLUMES ALONG THE STEM OF *Pinus taeda*

ABSTRACT: *The accuracy of diameters and volumes estimates, along the stem of* Pinus taeda *provided by segmented and non-segmented polynomial taper models, were compared and the effect of trees diameter classes on the quality of the fittings was analysed. 58 trees of* Pinus taeda *cubed in the farms of PISA - Papel de Imprensa S/A, located in Jaguariaíva county (PR) were separated in 8 diameter classes, and two segmented and two non-segmented polynomial models were fitted for each diameter class and for the total group of data. The segmented models tested were: Clark et al. (1991); and Max & Burkhart (1976). The non-segmented models were: Hradetzky (1976); and Goulding and Murray (1976). Diameters and volumes provided by the four models, fitted with and without the diameter classes control, were analysed by a two-way ANOVA in a randomized block experimental design. Models presented different behaviour for estimating diameters and volumes along the stem of* Pinus taeda*, and accurate estimates of diameter and volume along the stem profile require diameter classes control. The model proposed by Clark et al. (1991) presented more flexibility than the others, because it can be fitted with or without diameter classes control, except for the diameter class with 32.5 cm and for trees with diameter larger than 45cm. Hradetzky (1976) model, fitted by diameter classes is a simple but accurate model for estimating stem diameter and volume.*

Key words: Taper models, diameter estimates, volume estimates, diameter classes

1. INTRODUÇÃO

As funções de afilamento se constituem numa opção de quantificação dos sortimentos dos povoamentos florestais. O leque de informações que estas funções podem propiciar e a necessidade crescente de estimar os sortimentos das florestas têm levado ao desenvolvimento de diferentes técnicas de modelagem do perfil dos fustes das espécies florestais. Este fato tem justificado a realização de estudos na tentativa de aliar estimativas confiáveis à praticidade de utilização das funções que propiciam tais estimativas.

Os diversos modelos matemáticos destinados a esse fim mostram uma grande variação quanto ao grau de complexidade dos ajustes e da aplicação da equação e quanto à qualidade das informações geradas.

Dentre os modelos não-segmentados, a teoria de Hradetzky (1976), que propõe polinômios com potências de grau elevado para representar melhor a base da árvore, potências inteiras para representar a porção intermediária da árvore e potências fracionárias para representar o topo da árvore, tem apresentado resultados consistentes, como se verifica em Rios (1997), Fischer (1997), Scolforo et al. (1998), Assis (1998), Ferreira (1999) e Assis (2000). Também os estudos desenvolvidos por Goulding & Murray (1976), que propuseram uma alteração no Polinômio do Quinto Grau, além de vincular as estimativas dos volumes parciais ao volume total da árvore, expresso por uma equação volumétrica, têm apresentado excelentes resultados (Assis, 2000).

Os modelos segmentados, desenvolvidos como alternativas para modelar o perfil dos fustes, representam cada porção do tronco por uma função polinomial, em vez de representá-lo por um único modelo, como é o caso dos modelos não-segmentados. Dentre esses modelos, após estudos realizados por Figueiredo Filho et al. (1996), Ferreira (1999), Figueiredo Filho & Schaaf (1999) e Assis (2000), dentre outros autores, os de Clark et al. (1991) e de Max & Burkhart (1976) são considerados como os mais eficientes.

Assim, tendo em vista a diferença dos graus de complexidade dos modelos polinomiais segmentados e não-segmentados, e a escassez de estudos sobre a necessidade ou não de se ajustar modelos por classe diamétrica, esse estudo teve por objetivos:

- comparar a acurácia das estimativas dos diâmetros e volumes parciais ao longo do fuste de *Pinus taeda* propiciadas por modelos polinomiais segmentados e não-segmentados;
- comparar a acurácia destas estimativas propiciadas pelo ajuste por classe diamétrica com as propiciadas por um ajuste feito para o conjunto total dos dados, ou seja, sem considerar o controle das classes diamétricas.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Base de dados

A base de dados utilizada foi composta por 58 árvores de *Pinus taeda*, provenientes das propriedades da empresa PISA (Papel de Imprensa S/A), localizada no município de Jaguariaíva, PR, entre os paralelos 24º e 24º30' de latitude sul e os meridianos 49º30' e 50º de longitude oeste de Greenwich, com altitude variando entre 700 e 1.100m.

O clima da região é do tipo Cfb de Köeppen, subtropical quente-temperado, caracterizado por uma temperatura média inferior a 22ºC no mês mais quente do ano (Golfari eeet al., 1978; Instituto Agronômico do Paraná, 1994).

Foram utilizadas 58 árvores de *Pinus taeda* cubadas rigorosamente pelo método de Smalian, com idade variando de 16 a 21 anos, provenientes da região administrativa de Ouro Verde, da empresa Papel de Imprensa S/A, PISA. A cubagem foi relativa, tomando-se medidas de diâmetro a 0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% da altura total das árvores. As árvores cubadas foram distribuídas em oito classes diamétricas, com no mínimo 4 árvores em cada classe, conforme se observa na Tabela 1. Os ajustes foram feitos considerando os diâmetros a 1,3m do solo (DAP) com casca, relacionados aos diâmetros comerciais com casca.

Tabela 1. Freqüência de árvores de *Pinus taeda*, por classe diamétrica.
Table 1. *Number of trees of Pinus taeda per diameter class.*

Número da classe	Classe diamétrica	Freqüência
1	15 ├─ 20	4
2	20 ├─ 25	4
3	25 ├─ 30	5
4	30 ├─ 35	8
5	35 ├─ 40	12
6	40 ├─ 45	13
7	45 ├─ 50	8
8	50 ├─ 55	4
TOTAL		58

2.2. Modelos polinomiais

Os modelos estudados foram selecionados com base em um conjunto de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados, cuja acuracidade foi avaliada por meio de várias estatísticas, como o coeficiente de determinação (R^2) e o erro padrão da estimativa (Syx). Essas foram utilizadas apenas para verificar se os modelos apresentaram ajustes satisfatórios de maneira geral. Adicionalmente, foram calculadas estatísticas, como aquelas utilizadas por Parresol et al. (1987) e Figueiredo Filho et al. (1996). Elas permitem uma análise mais detalhada do desempenho das estimativas ao longo de todo o fuste, uma vez que foram calculadas para cada altura relativa, tendo sido tomados os diâmetros por ocasião da cubagem rigorosa. As variáveis avaliadas foram os diâmetros estimados em cada posição de medição (alturas relativas) e os volumes parciais correspondentes a essas mesmas posições, além do volume total. Após essa análise, os modelos segmentados e não-segmentados selecionados e avaliados nesse estudo foram os seguintes:

a) Modelo segmentado de Clark et al. (1991):

O modelo para predição do diâmetro comercial (d_i) é:

$$d_i = \Bigg[I_S \left\{ D^2 \left(1 + \left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) * \left(\left(1 - \frac{h_i}{H}\right)^{\alpha_3} - \left(1 - \frac{1{,}3}{H}\right)^{\alpha_3} \right) \Big/ \left(1 - \left(1 - \frac{1{,}3}{H}\right)^{\alpha_3} \right) \right) \right\} +$$

$$+ I_B \left\{ D^2 - \left(D^2 - F^2\right) \left(\left(1 - \frac{1{,}3}{H}\right)^{\beta_1} - \left(1 - \frac{h_i}{H}\right)^{\beta_1} \right) \Big/ \left(\left(1 - \frac{1{,}3}{H}\right)^{\beta_1} - \left(1 - \frac{5{,}2}{H}\right)^{\beta_1} \right) \right\} +$$

$$+ I_T \left\{ F^2 \left(\gamma_2 \left(\left(\frac{h_1 - 5{,}2}{H - 5{,}2} \right) - 1 \right)^2 + I_M \left(\frac{1 - \gamma_2}{\gamma_1^2} \right) * \left(\gamma_1 - \left(\frac{h_1 - 5{,}2}{H - 5{,}2} \right) \right)^2 \right) \right\} \Bigg]^{0,5} + e_i$$

em que:

α_i = parâmetros a serem estimados para a seção do tronco abaixo de 1,3m;

β_1 = parâmetro a ser estimado para a seção do tronco entre 1,3m e 5,2m;

γ_i = parâmetros a serem estimados para a seção do tronco acima de 5,2m;

F = diâmetro com casca (cm) a 5,2m de altura (classe de altura do Quociente de Forma de Girard);

$$I_S \begin{bmatrix} = 1 \text{ se } h_i < 1{,}3\text{m}; \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{bmatrix}$$

$$I_B \begin{bmatrix} = 1 \text{ se } 1{,}3\text{m} \le h_i \le 5{,}2\text{m}; \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{bmatrix}$$

$$I_T \begin{bmatrix} = 1 \text{ se } h_i > 5{,}2\text{m}; \\ = 0 \text{ diferente da condição acima;} \end{bmatrix}$$

$$I_M \begin{bmatrix} = 1 \text{ se } h_i < (5{,}2 + \gamma_1 (h_i - 5{,}2)); \\ = 0 \text{ se diferente da condição acima;} \end{bmatrix}$$

d = diâmetro comercial (cm);

D = diâmetro a 1,3 m de altura (cm);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

e_i = erro de estimativa.

A expressão para estimativa do volume, com base no Polinômio Segmentado de Clark, assume a seguinte forma:

$$V = \frac{\pi}{40000} * \left\{ \left\{ I_1 * D^2 * \left[\left[1 - \left(1 - \frac{1{,}3}{H}\right)^{\alpha_3} * \left[\left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) \Big/ \left(1 - \left(1 - \frac{1{,}3}{H}\right)^{\alpha_3} \right) \right] \right] \right] * (U_1 - L_1) + \right.\right.$$

$$+ \left[\left(\alpha_1 + \frac{\alpha_2}{D^3} \right) \Big/ \left(1 - \left(1 - \frac{1{,}3}{H}\right)^{\alpha_3} \right) \right] * \left[\left(1 - \frac{L_1}{H}\right)^{\alpha_3} * (H - L_1) - \left(1 - \frac{h_2}{H}\right)^{\alpha_3} * (H - U_1) \right] \Big/ (\alpha_3 + 1) \Bigg] +$$

$$+I_2*I_3*\left[\left[D^2-\left(\frac{D^2-F^2}{\left(1-\frac{1,3}{H}\right)^{\beta_1}-\left(1-\frac{5,2}{H}\right)^{\beta_1}}\right)*\left(1-\frac{1,3}{H}\right)^{\beta_1}\right]*(U_2-L_2)+\left(\frac{D^2-F^2}{\left(1-\frac{1,3}{H}\right)^{\beta_1}-\left(1-\frac{5,2}{H}\right)^{\beta_1}}\right)*\left[\left(1-\frac{L_2}{H}\right)^{\beta_1}*\right.\right.$$

$$\left.\left.*(H-L_2)-\left(1-\frac{U_2}{H}\right)^{\beta_1}*(H-U_2)\right]\Big/(\beta_1+1)\right]\Bigg\}+I_4*F^2*\left[\gamma_2*(U_3-L_3)-\right.$$

$$-\gamma_2*\left[\frac{(U_3-5,2)^2-(L_3-5,2)^2}{H-5,2}\right]+\frac{\gamma_2}{3}*\left[\frac{(U_3-5,2)^3-(L_3-5,2)^3}{(H-5,2)^2}\right]+I_5*\frac{1}{3}*\left(\frac{1-\gamma_2}{\gamma_1^2}\right)$$

$$\left.*\left[\frac{[\gamma_1*(H-5,2)-(L_3-5,2)]^3}{(H-5,2)^2}\right]-I_6*\frac{1}{3}*\left(\frac{1-\gamma_2}{\gamma_1^2}\right)*\left[\frac{[\gamma_1*(H-5,2)-(U_3-5,2)]^3}{(H-5,2)^2}\right]\right]\Bigg\}$$

Sendo:

$$L_1\begin{bmatrix}=h_1 \text{ se } h_1 \rangle\ 0;\\ =0 \text{ se } h_1\ \le 0;\end{bmatrix}\quad L_2\begin{bmatrix}=h_1 \text{ se } h_1 \rangle\ 1,3;\\ =1,3 \text{ se } h_1\ \le 1,3;\end{bmatrix}\quad L_3\begin{bmatrix}=h_1 \text{ se } h_1 \rangle\ 5,2;\\ =5,2 \text{ se } h_1\ \le 5,2;\end{bmatrix}$$

$$U_1\begin{bmatrix}=h_2 \text{ se } h_2 \langle\ 1,3;\\ =1,3 \text{ se } h_2 \ge 1,3;\end{bmatrix}\quad U_2\begin{bmatrix}=h_2 \text{ se } h_2 \langle\ 5,2;\\ =5,3 \text{ se } h_2 \ge 5,2;\end{bmatrix}\quad U_3\begin{bmatrix}=h_2 \text{ se } h_2 \langle\ H;\\ =h \text{ se } h_2 \ge H;\end{bmatrix}$$

$$I_1\begin{bmatrix}=1 \text{ se } h_1 \langle 1,3\text{m};\\ =0 \text{ se } h_1 \ge 1,3\text{m};\end{bmatrix}\quad I_2\begin{bmatrix}=1 \text{ se } h_1 \langle 5,2\text{m};\\ =0 \text{ se } h_1 \ge 5,2\text{m};\end{bmatrix}\quad I_3\begin{bmatrix}=1 \text{ se } h_2 \rangle 1,3\text{m};\\ =0 \text{ se } h_2 \le 1,3\text{m};\end{bmatrix}$$

$$I_4\begin{bmatrix}=1 \text{ se } h_2 \rangle 5,2\text{m};\\ =0 \text{ se } h_2 \le 5,2\text{m};\end{bmatrix}\quad I_5\begin{bmatrix}=1 \text{ se } (L_3 - 5,2)\ \langle\ [\gamma_1(H-5,2)];\\ =0 \text{ se } (L_3 - 5,2)\ \ge\ [\gamma_1(H-5,2)];\end{bmatrix}\quad I_6\begin{bmatrix}=1 \text{ se } (U_3 - 5,2)\ \langle\ [\gamma_1(H-5,2)];\\ =0 \text{ se } (U_3 - 5,2)\ \ge\ [\gamma_1(H-5,2)];\end{bmatrix}$$

b) Modelo segmentado de Max & Burkhart (1976)

O modelo para predição do diâmetro comercial (d_i) é:

$$d_i = D\left[\beta_1(X-1)+\beta_2(X^2-1)+\beta_3(a_1-X)^2 I_1+\beta_4(a_2-X)^2 I_2\right]^{0,5}+e_i$$

Sendo: a_1 e a_2 = pontos de ligação dos polinômios;

$X = h_i / H$; $I_i\begin{bmatrix}=1 \text{ se } X \le a_i;\\ =0 \text{ se } X \rangle a_i;\end{bmatrix}$ $i = 1, 2$;

β_i = parâmetros a serem estimados;

d_i, D, h_i, H, e_i já foram definidos anteriormente.

Integrando o modelo que propicia a estimativa de diâmetro em relação a qualquer valor de h_i, tem-se a expressão que permite estimar os volumes comerciais de uma altura h_1 até a altura

h_2. Quando $h_2 = H$ e $h_1 = 0$, tem-se o volume total da árvore.

$$V=\frac{\pi}{40000}D^2H\left[\frac{\beta_2}{3}\left(\left(\frac{h_2}{H}\right)^3-\left(\frac{h_1}{H}\right)^3\right)+\frac{\beta_1}{2}\left(\left(\frac{h_2}{H}\right)^2-\left(\frac{h_1}{H}\right)^2\right)-(\beta_1+\beta_2)\left(\left(\frac{h_2}{H}\right)-\left(\frac{h_1}{H}\right)\right)-\right.$$
$$\left.-\frac{\beta_3}{3}\left(\left(a_1-\frac{h_2}{H}\right)^3 I_1-\left(a_1-\frac{h_1}{H}\right)^3 J_1\right)-\frac{\beta_4}{3}\left(\left(a_2-\frac{h_2}{H}\right)^3 I_2-\left(a_2-\frac{h_1}{H}\right)^3 J_2\right)\right]$$

Sendo:
$i = 1, 2$;
V = Volume da seção entre h_1 e h_2 (m³);

$$I_i\left[\begin{array}{l}=1 \text{ se } (h_2/H) \leq a_i;\\ =0 \text{ se } (h_2/H) \rangle\, a_i;\end{array}\right.$$

$$J_i\left[\begin{array}{l}=1 \text{ se } (h_1/H) \leq a_i;\\ =0 \text{ se } (h_1/H) \rangle\, a_i;\end{array}\right.$$

a_1; a_2; h_i; D; H β_i e_i, conforme definidos anteriormente.

c) Polinômio de Potências Fracionárias e Inteiras (Hradetzky, 1976)

De forma geral, os polinômios a serem construídos são:

$$\frac{d_i}{D}=\beta_0+\beta_1\left(\frac{h_i}{H}\right)^{p1}+\beta_2\left(\frac{h_i}{H}\right)^{p2}+\ldots+\beta_n\left(\frac{h_i}{H}\right)^{pn}+e_i \qquad (1)$$

sendo: d_i, D, h_i, H, β_i, e e_i = já definidos anteriormente;

p_i = expoentes variando entre 0,00005 e 95.

Os expoentes testados foram: 0,00001; 0,00005; 0,0009; 0,0007; 0,0006; 0,0004; 0,0002; 0,0001; 0,009; 0,008; 0,007; 0,006; 0,005; 0,004; 0,09; 0,08; 0,07; 0,06; 0,05; 0,04; 0,03; 0,02; 0,01; 0,9; 0,8; 0,7; 0,6; 0,5; 0,4; 0,3; 0,2; 0,1; 1; 2; 3; 4; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 65; 70; 75; 80; 85; 90 e 95.

Isolando-se d_i, obtém-se a função de afilamento :

$$d_i=D\left[\beta_0+\beta_1\left(\frac{h_i}{H}\right)^{p1}+\beta_2\left(\frac{h_i}{H}\right)^{p2}+\ldots+\beta_n\left(\frac{h_i}{H}\right)^{pn}\right] \qquad (2)$$

Ao simplificar a expressão por: $c_0 = \beta_0$ e $c_i = \left(\frac{\beta_i}{H^{p_j}}\right)$, em que i = 1, 2, ..., N; e p_j = expoentes selecionados por meio do processo "stepwise", a expressão (2) assume a forma:

$$d_i=D\left(c_0+c_1h_1^{p_1}+c_2h_2^{p_2}+\ldots+c_nh_n^{p_n}\right)+e_i \qquad (3)$$

O volume total ou de qualquer porção da árvore (sortimento) é obtido pela resolução da integral do polinômio (3), após sua substituição na expressão (1). O resultado desta é:

$$V=K*D^2*\left[c_0^2h_i+2c_0c_1\left(\frac{h_i^{(p_1+1)}}{p_1+1}\right)+2c_0c_2\left(\frac{h_i^{(p_2+1)}}{p_2+1}\right)+\ldots+2c_0c_{(n-1)}\left(\frac{h_i^{(p_{(n-1)}+1)}}{p_{(n-1)}+1}\right)+2c_0c_n\left(\frac{h_i^{(p_n+1)}}{p_n+1}\right)+\right.$$
$$+c_1^2\left(\frac{h_i^{(2p_1+1)}}{2p_1+1}\right)+2c_1c_2\left(\frac{h_i^{(p_1+p_2+1)}}{p_1+p_2+1}\right)+\ldots+c_1c_{(n-1)}\left(\frac{h_i^{(p_1+p_{(n-1)}+1)}}{p_1+p_{(n-1)}+1}\right)+2c_1c_n\left(\frac{h_i^{(p_1+p_n+1)}}{p_1+p_n+1}\right)+$$

$$+\ c_2^2\left(\frac{h_i^{(2p_2+1)}}{2p_2+1}\right)+\ldots+2c_{(n-1)}c_n\left(\frac{h_i^{(p_{(n-1)}+p_n+1)}}{p_{(n-1)}+p_n+1}\right)+c_n^2\left(\frac{h_i^{(2p_n+1)}}{2p_n+1}\right)\Bigg]_{h_1}^{h_2} \qquad (4)$$

d) Modelo de Goulding & Murray (1976)

A forma geral do polinômio de Goulding & Murray (1976), compatível com uma equação de volume, é:

$$d_i^2=\frac{\hat{V}}{KH}\left[\beta_1\left(\frac{L}{H}\right)+\beta_2\left(\frac{L}{H}\right)^2+\beta_3\left(\frac{L}{H}\right)^3+\ldots+\beta_n\left(\frac{L}{H}\right)^n\right]+e_i \qquad (1)$$

Sendo: β_i = parâmetros a serem estimados, para os quais $\sum_{i=1}^{n}\frac{\beta_i}{(i+1)}=1$;

d_i = diâmetro comercial (cm);

$K=\pi/40000$;

$\hat{V}$ = volume estimado pela equação de volume individual (m³);

H = altura total (m);

h_i = altura comercial (m);

L = (H – h);

e_i = erro de estimativa.

O modelo volumétrico utilizado para estimar os volumes totais foi: $V=\beta_1 D^2 H+\beta_2 H+e_i$ sendo D = diâmetro a 1,3m do solo; V = volume real da árvore; β_i, H e e_i definidos anteriormente.

A forma linear do polinômio proposto (1), que permite a seleção das variáveis pela técnica "stepwise", é a seguinte:

$$\frac{d^2KH}{V}-\frac{2L}{H}=\beta_2'\left(3\left(\frac{L}{H}\right)^2-\frac{2L}{H}\right)+\beta_3'\left(4\left(\frac{L}{H}\right)^3-\frac{2L}{H}\right)+\beta_n'\left((n+1)\left(\frac{L}{H}\right)^n-\frac{2L}{H}\right)+e_i \qquad (2)$$

Após o ajuste de (2), os coeficientes do modelo (1) podem ser calculados como: $\beta_i=2.\left(1-\sum_{i=2}^{n}\beta_i'\right)$; $\beta_2=3.\beta_2'$; $\beta_n=(n+1).\beta_n'$.

Integrando-se a expressão (1), obtém-se a fórmula para cálculo dos volumes comerciais. É importante observar que, como a expressão utiliza a distância do topo da árvore até um ponto h qualquer, os volumes estimados correspondem aos volumes da ponta da árvore até uma altura h e não ao volume da base da árvore até uma altura comercial.

Assim, o volume total ou o dos sortimentos pode ser obtido como:

$$Vc=\frac{V}{H}\left[\frac{\beta_1 L^2}{2H}+\frac{\beta_2 L^3}{3H^2}+\frac{\beta_3 L^4}{4H^3}+\ldots+\frac{\beta_n L^{(n+1)}}{(n+1)H^n}\right]_0^h+\ e_i \qquad (3)$$

sendo Vc = volume da ponta da árvore até a altura h (em m³); β_i, L, H e V, definidos anteriormente.

Os expoentes testados foram 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36 e 37.

2.3. Delineamento estatístico

Para verificar se uma ou mais equações apresentaram estimativas dos diâmetros e dos volumes nas diferentes posições ao longo do fuste semelhantes à testemunha, ou aos valores reais, e também para verificar a necessidade de se realizar ajustes por classe diamétrica, foi utilizado um delineamento em blocos casualizados em esquema fatorial com parcelas subdivididas no tempo. Os fatores estudados foram os modelos (9 níveis) e as posições ao longo do fuste (17 níveis para diâmetro e 16 para volume). A Tabela 2 descreve os níveis do fator modelo. Cada uma das oito classes diamétricas passou, então, a ser um experimento com 153 combinações dos níveis dos fatores para diâmetro e 144 combinações dos níveis dos fatores para volume, sendo o número de repetições (blocos) igual ao número de árvores em cada classe.

Para a estimativa dos diâmetros foram consideradas 17 posições ao longo do fuste (0%, 1%, 2%, 3%, 4%, 5%, 10%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85%, 95% e 100% da altura total). Para as estimativas de volume foram consideradas 16 posições ao longo do fuste, sendo as mesmas consideradas para diâmetro, exceto a base da árvore (0% da altura total). Os volumes obtidos correspondem sempre aos volumes da base da árvore até a posição relativa considerada.

Foram, portanto, 16 experimentos, sendo 8 para comparar os modelos na estimativa dos diâmetros e 8 para comparar os modelos na estimativa dos volumes ao longo do fuste. A Tabela 3 ilustra o delineamento estatístico para uma classe diamétrica com 13 árvores. Naturalmente, como o número de árvores varia de uma classe diamétrica para outra, os graus de liberdade também variam.

Nos experimentos em que a interação modelo x posição foi significativa a 5% de significância, procedeu-se ao desdobramento da interação, aplicando-se o teste de Scott-Knott (1974) para as médias dos diâmetros ou volumes de cada tratamento, em cada posição considerada.

Todas as análises estatísticas foram processadas com o uso do software Sistema de Análise de Variância para Dados Balanceados (SISVAR), desenvolvido por Ferreira (1997).

Tabela 2. Descrição dos níveis do fator modelo
Table 2. *Description of the model factor levels*

Nível	Descrição
1	Diâmetros/volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Clark et al. (1991), com ajuste por classe diamétrica
2	Diâmetros/volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Max & Burkhart (1976), com ajuste por classe diamétrica
3	Diâmetros/volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Hradetzky (1976), com ajuste por classe diamétrica
4	Diâmetros/volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Goulding & Murray (1976), com ajuste por classe diamétrica
5	Diâmetros/volumes reais das árvores da classe diamétrica em questão (testemunha)
6	Diâmetros/volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Clark et al. (1991), ajustado para o conjunto de dados, desconsiderando o controle das classes diamétricas
7	Diâmetros/volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Max & Burkhart (1976), ajustado para o conjunto de dados desconsiderando o controle das classes diamétricas
8	Diâmetros/volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Hradetzky (1976), a-

	justado para o conjunto de dados, desconsiderando o controle das classes diamétricas
9	Diâmetros/volumes estimados ao longo do fuste pelo modelo de Goulding & Murray (1976), ajustado para o conjunto de dados, desconsiderando o controle das classes diamétricas

Tabela 3. Delineamento estatístico para comparação das estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*.
Table 3. *Experimental design to compare diameters and volume estimates along the stem of Pinus taeda*

Fonte de variação	GL
Bloco (árvores)	12
Tratamento (modelos)	8
ERRO A (bloco x tratamento)	96
Posição	15
ERRO B (bloco x posição)	180
Posição x modelo	120
ERRO	1440
TOTAL	1871

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Ajuste dos modelos

A Tabela 4 mostra os ajustes obtidos para os quatro modelos avaliados neste estudo.

É importante observar que as estatísticas tradicionais, apresentadas na Tabela 4, não retratam o desempenho das funções de afilamento, considerando que são médias que não consideram a posição da estimativa ao longo dos fustes. Portanto, servem apenas como um indicativo da correlação existente entre as variáveis envolvidas nos modelos testados. Nesse contexto, todos os modelos apresentaram coeficientes de determinação (R^2) satisfatórios, sendo os valores mais baixos obtidos pelo modelo de Goulding & Murray (1976). Quanto ao erro padrão da estimativa (Syx%), os valores não ultrapassaram 8,85%, estando, na sua maioria, situados entre 3% e 7%.

O modelo de Clark et al. (1991) se destacou entre os modelos polinomiais segmentados para estimar diâmetros e volumes ao longo de todo o fuste de *Pinus taeda* na região de estudo, seguido pelo de Max & Burkhart (1976).

Dentre os modelos não-segmentados, aquele proposto por Goulding & Murray (1976) apresentou as estimativas mais acuradas dos diâmetros e volumes ao longo do fuste, excetuando-se uma certa dificuldade em modelar a ponta das árvores (acima de 85% da altura). Nas classes com valor central de 37,5, e 42,5, e para o ajuste total, as equações obtidas pelo modelo de Goulding & Murray (1976), não puderam ser utilizadas porque resultaram em diâmetros indeterminados na extremidade superior das árvores (a partir de 95% da altura total). Outra opção entre os polinômios não-segmentados é o modelo proposto por Hradetzky (1976), que também propiciou estimativas acuradas dos diâmetros e volumes ao longo de todo o perfil dos fustes.

De modo geral, os quatro modelos se mostraram bastante acurados para estimar diâmetros e volumes totais e parciais ao longo de todo o fuste de *Pinus taeda*, conforme pode-se observar pelo Coeficiente de Determinação (R^2) e pelo Erro Padrão da Estimativa (Syx%) apresentados na Tabela 4. Os menores valores de R^2 do modelo de Goulding & Murray (1976) não significam necessariamente que seu desempenho seja inferior ao dos demais polinômios. A causa do maior R^2 dos outros três modelos é que a variável dependente di (diâmetro ao longo do fuste) está sempre muito correlacionada com o DAP, fato que se traduz num maior Coeficiente de Determinação. Já o modelo de Goulding & Murray (1976) não inclui este tipo de relacionamento, o que reflete num valor mais baixo de Coeficiente de Determinação (R^2). Essas análises, no entanto, não permitem saber se a diferença aparentemente pequena entre as estimativas propiciadas pelos modelos é significativa do ponto de vista estatístico.

Quanto à necessidade de realização dos ajustes por classe diamétrica, aparentemente, o agrupamento das árvores não compromete a qualidade das estimativas, sugerindo que, embora apresentem dimensões diferentes, as árvores podem apresentar formas semelhantes. No entanto, não se pode afirmar categoricamente que o ajuste deve ou não ser feito por classe diamétrica. por isso, foi feita uma análise estatística para verificar a necessidade de ajustar os modelos por classe diamétrica ou para o conjunto total dos dados.

Tabela 4 – Parâmetros estimulados e medidas de precisão para os modelos segmentados de Clark et al. (1991) e de Max & Burkhart (1976) e para os modelos não-segmentados de Hradetzky (1976) e Goulding & Murray (1976); para as oito classes diamétricas e para o conjunto total dos dados.

Table 4 *– Estimated parameters and precision measures of the segmented and non-segmented models, per diameter class and for the adjustment without diameter class control.*

MODELO DE CLARK, SOUTER E SCHLAEGEL (1991)

Centro da classe de diâmetro	PARÂMETROS ESTIMADOS							
	$\hat{\alpha}_1$	$\hat{\alpha}_2$	$\hat{\alpha}_3$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	R^2	Syx%
17,5cm	0,6679	434,836	79,6034	8,9916	0,9505	10,1160	99,76	4,49
22,5cm	0,0695	6563,620	8,7226	9,5864	0,9413	80,3313	99,88	3,11
27,5cm	0,5257	5761,804	78,3363	13,7449	0,8744	4,8016	99,87	3,28
32,5cm	0,3458	9056,651	54,4849	3,5190	0,8129	3,4144	99,88	3,11
37,5cm	0,1435	24826,20	80,6438	10,1780	0,7755	2,8532	99,87	3,09
42,5cm	-0,4816	75320,494	79,8674	15,8396	0,7476	2,5611	99,69	4,78
47,5cm	-0,1313	67249,831	61,9177	19,1323	0,6866	2,5185	99,90	2,69
52,5cm	0,2612	31660,502	60,2996	17,4956	0,6577	2,0299	99,91	2,65
TOTAL	0,4809	2674,165	70,4552	12,4814	0,7449	2,6342	99,80	3,94

MODELO DE MAX E BURKHART (1976)

Centro da classe de diâmetro	PARÂMETROS ESTIMADOS							
	$\hat{a}_1$	$\hat{a}_2$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	R^2	Syx%
17,5cm	0,05045	0,90000	-4,50045	1,989057	251,5417	-1,85962	99,66	5,34
22,5cm	0,05000	0,85526	-4,25936	1,888783	224,3501	-1,87835	99,76	4,41
27,5cm	0,05000	0,89191	-10,01740	4,973296	288,8369	-5,11512	99,72	3,19
32,5cm	0,05042	0,83676	-6,07744	2,958657	225,5114	-3,02436	99,78	4,16
37,5cm	0,05000	0,82760	-6,43701	3,201981	231,7885	-3,29403	99,81	3,79
42,5cm	0,05091	0,78559	-6,06940	3,024774	192,0845	-3,38835	99,77	4,12
47,5cm	0,07587	0,75179	-5,48023	2,738361	96,5005	-3,32620	99,86	3,24
52,5cm	0,07542	0,72855	-4,95754	2,494565	92,27785	-2,96003	99,87	3,13
TOTAL	0,06069	0,79234	-5,74535	2,854506	144,8652	-3,11474	99,74	4,43

MODELO DE HRADETZKY (1976)

Centro da classe de diâmetro		PARÂMETROS ESTIMADOS								
		$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$	R^2	Syx %
17,5cm	Parâmetro	1,3346	748,306	-748,823	-0,3007	-0,2759	-0,2345		98,29	6,04
	Potência		0,00001	0,0001	01	03	10			
22,5cm	Parâmetro	1,2812	0,1619	-0,8110	-0,6149				98,71	5,19
	Potência		0,00001	0,2	04					
27,5cm	Parâmetro	1,3432	1031,017	-1031,64	-0,6112	-0,1127			98,84	5,16
	Potência		0,00001	0,0001	03	10				
32,5cm	Parâmetro	1,2693	1,1665	6,7738	-2,1028	-6,7991	-0,3055		98,83	5,22
	Potência		0,00001	0,9	0,1	01	05			
37,5cm	Parâmetro	1,2834	0,3369	2,7443	-1,3710	-2,5919	-0,5764	0,1768	99,21	4,38
	Potência		0,00001	0,8	0,2	01	05	10		

Continua...

Continuação Tabela 4...

42,5cm	Parâmetro	1,2302	17,6675	-18,1341	-0,8411	0,1399	-0,0624		98,84	5,12
	Potência		0,00001	0,004	03	20	95			
47,5cm	Parâmetro	1,2162	134,119	-134,338	-0,3287	-1,5592	1,53847	-0,6499	99,30	4,09
	Potência		0,00001	0,0004	0,2	05	10	15		
52,5cm	Parâmetro	1,2149	0,2029	-0,7898	-1,5678	1,6029	-0,66376		99,42	3,94
	Potência		0,00001	0,2	05	10	15			
TOTAL	Parâmetro	1,2606	0,2645	-1,0409	0,6683	-1,0273	-0,12574		98,63	5,66
	Potência		0,00001	0,2	01	02	05			

MODELO DE GOULDING & MURRAY (1976)

Centro da classe de diâmetro		PARÂMETROS ESTIMADOS									
		$\hat{\beta}_2$	$\hat{\beta}_3$	$\hat{\beta}_4$	$\hat{\beta}_5$	$\hat{\beta}_6$	$\hat{\beta}_7$	$\hat{\beta}_8$	$\hat{\beta}_9$	R^2	Syx %
17,5cm	Parâmetro	-0,203	3,877	-7,825	4,5778	-55,061	797,467	-1270,88	528,23	90,57	5,71
	Potência	02	03	04	05	31	35	36	37		
22,5cm	Parâmetro	7,052	-16,971	18,259	-7,307	51,604	-100,82	49,360		79,54	6,35
	Potência	02	03	04	05	35	36	37			
27,5cm	Parâmetro	7,639	-17,733	18,582	-7,336	53,895	-105,41	51,666		88,95	5,71
	Potência	02	03	04	05	35	36	37			
32,5cm	Parâmetro	2,718	-2,729	0,296	0,5800	-0,8401	0,8409			91,50	4,46
	Potência	02	03	04	05	36	37				
47,5cm	Parâmetro	2,627	-0,622	-2,836	1,8915	-0,5439	0,55057			84,92	4,81
	Potência	02	03	04	05	36	37				
52,5cm	Parâmetro	1,379	2,778	-6,333	3,1721	-0,5917	0,5934			85,67	4,24
	Potência	02	03	04	05	36	37				

EQUAÇÃO DE VOLUME INDIVIDUAL PARA GOULDING & MURRAY (1976)

Centro da classe diamétrica	PARÂMETROS E ESTATÍSTICAS ESTIMADOS			
	$\hat{\gamma}_1$	$\hat{\gamma}_2$	R^2	Syx%
17,5cm	0,000034951	0,001033	99,41	7,99
22,5cm	0,000049335	-0,006067	99,30	8,47
27,5cm	0,000071543	-0,025674	99,48	7,27
32,5cm	0,000037185	0,000217	99,06	9,76
37,5cm	0,000022664	0,019259	99,58	6,51
42,5cm	0,000030231	0,013167	99,59	6,49
47,5cm	0,000031119	0,011535	99,65	5,99
52,5cm	0,000057244	-0,062014	99,57	6,63
TOTAL	0,000035156	0,002512	99,51	7,79

3.2. Acurácia dos modelos na estimativa de diâmetros

A Tabela 5 mostra as análises de variância dos oito experimentos realizados para a variável diâmetro. Para todas as classes diamétricas estudadas, houve interação significativa entre modelo e posição ao longo do fuste, indicando que o comportamento dos modelos pode variar entre as diferentes posições ao longo do fuste. Por isso, foi necessário fazer o desdobramento da interação, aplicando-se o teste de Scott-Knott (1974) para as médias dos nove tratamentos em cada posição.

A Tabela 6 mostra os tratamentos que apresentaram estimativas de diâmetro que não diferiram estatisticamente da testemunha (Tratamento 5) no Teste de Scott-Knott, em cada posição de medição considerada.

O modelo de Clark et al. (1991), quando ajustado por classe diamétrica, conforme se observa na Tabela 6, apresentou estimativas imprecisas de diâmetro em posições isoladas em todas as classes diamétricas; apenas para as árvores com diâmetro entre 35 e 50cm, o modelo se apresentou pouco acurado em mais de uma posição ao longo do fuste. No entanto, de maneira geral, o modelo apresentou estimativas bastante acuradas do diâmetro ao longo do fuste. Já, quando o ajuste foi feito sem o controle da classe diamétrica, houve uma perda significativa de precisão em relação ao ajuste por classe diamétrica. Neste caso, à exceção das classes diamétricas de 37,5; 42,5 e 47,5cm, em que as estimativas foram imprecisas até, no máximo, a metade das árvores, em todas as outras classes, o modelo gerou estimativas imprecisas, principalmente a partir de 65% da altura total.

O modelo de Max & Burkhart (1976), ajustado por classe diamétrica, apresentou baixa acurácia nas estimativas de diâmetro na base das árvores (até 5% da altura total). No entanto, do ponto de vista prático, esta baixa acurácia não tem qualquer impacto, já que a posição de 5% da altura total não inclui pelo menos uma tora padrão. A partir de 10% da altura total, o citado modelo (Tratamento 2) apresentou estimativas acuradas de diâmetro para as árvores com diâmetro inferior a 30cm. Para as árvores com diâmetro entre 30 e 45cm de diâmetro, houve baixa acurácia na estimativa do diâmetro em pelo menos mais duas posições distribuídas ao longo do fuste, acima de 10% da altura total. Para as maiores classes, as estimativas pouco acuradas do Tratamento 2 foram concentradas na porção inferior das árvores (no máximo até 25% da altura total). Quando ajustado sem o controle das classes diamétricas (Tratamento 7), o modelo de Max & Burkhart (1976) continuou estimando imprecisamente os diâmetros na base das árvores (novamente até, no máximo, 25% da altura total). O Tratamento 7 apresentou também O Tratamento 7 apresentou também problemas nas estimativas de diâmetros da parte superior das árvores (a partir de 65% - 75% da altura total) para as classes de diâmetro inferior a 35cm e para a classe de 52,5cm. Nas classes de 42,5 e 47,5cm, os diâmetros foram estimados com baixa acurácia a partir de 45% da altura total, estendendo-se até 65% e 85%, respectivamente.

Quanto ao modelo de Hradetzky (1976), quando ajustado por classe diamétrica (Tratamento 3), apresentou estimativas acuradas de diâmetro ao longo de todo o fuste para as classes com diâmetro menor que 35cm. Nas classes de 37,5cm e 52,5cm, o modelo apresentou um excelente desempenho ao longo de todo o fuste, ocorrendo baixa acurácia apenas em uma posição isolada em cada classe. Nas demais classes diamétricas, ocorreram três pontos de medição com estimativas imprecisas, em posições que não ultrapassaram 35% da altura total. A partir daí, as estimativas propiciadas pelo modelo de Hradetzky, com controle de classes diamétricas, foram sempre precisas. No entanto, quando o modelo foi ajustado para o conjunto total dos dados (Tratamento 8), observou-se uma queda significativa na qualidade das estimativas em todas as classes diamétricas. A classe diamétrica que apresentou menos problemas com o ajuste total foi a de 37,5cm e a classe mais impactada foi a de 42,5cm. Na classe de 22,5cm, as estimativas diamétricas foram acuradas até 55% da altura total. Em todas as outras classes, o modelo de Hradetzky, ajustado para o conjunto total dos dados, apresentou estimativas de diâmetro pouco acuradas na base e no topo das árvores.

Finalmente, o modelo de Goulding & Murray (1976), ajustado por classe diamétrica (Tratamento 4), apresentou estimativas imprecisas de diâmetro em posições isoladas em todas as classes diamétricas. Para a classe diamétrica de 27,5 e para as classes de diâmetro maior ou igual a 35cm, o modelo apresentou baixa acurácia em mais de uma posição ao longo do fuste.

Tabela 5. Resumo da análise de variância dos dados relativos às estimativas de diâmetros ao longo do fuste de *Pinus taeda* para as oito classes diamétricas.
Table 5. *Summary of the ANOVA obtained from data of diameters estimated along the stem of Pinus taeda per diameter class.*

Centro da classe diamétrica	FV	GL	QM	F
17,5	Bloco	3	311,0702	
	Modelo	8	2,0478	
	Erro A	24	1,9318	
	Posição	16	1555,8201	
	Erro B	48	4,0679	
	Posição x mode-lo	128	0,5666	6,469*
	Erro	384	0,0876	
	TOTAL	611		
22,5	Bloco	3	174,4164	
	Modelo	8	2,1942	
	Erro A	24	2,4705	
	Posição	16	2373,2476	
	Erro B	48	2,1710	
	Posição x mode-lo	128	0,504	3,347*
	Erro	384	0,1506	
	TOTAL	611		
27,5	Bloco	4	113,8185	
	Modelo	8	8,2890	
	Erro A	32	3,31060	
	Posição	16	4644,1980	
	Erro B	64	1,5014	
	Posição x mode-lo	128	0,9921	3,844*
	Erro	512	0,2581	
	TOTAL	764		
32,5	Bloco	7	297,4886	
	Modelo	8	8,4693	
	Erro A	56	4,56040	
	Posição	16	10195,602	
	Erro B	112	3,6396	
	Posição x mode-lo	128	0,5739	2,497*

	Erro	896	0,2299	
	TOTAL	1223		

Continua...

Continuação Tabela 5...

37,5	Bloco	11	195,2627	
	Modelo	8	2,4344	
	Erro A	88	3,91810	
	Posição	16	19474,325	
	Erro B	176	3,1028	
	Posição x modelo	128	1,4554	6,990*
	Erro	1408	0,2082	
	TOTAL	1835		
42,5	Bloco	12	160,1312	
	Modelo	8	7,7607	
	Erro A	96	7,5333	
	Posição	16	27355,304	
	Erro B	192	2,7884	
	Posição x modelo	128	2,4967	4,890*
	Erro	1536	0,5106	
	TOTAL	1988		
47,5	Bloco	7	134,8541	
	Modelo	8	7,2122	
	Erro A	56	4,78780	
	Posição	16	21684,369	
	Erro B	112	2,3179	
	Posição x modelo	128	1,8118	5,088*
	Erro	896	0,3561	
	TOTAL	1223		
52,5	Bloco	3	193,4019	
	Modelo	8	9,9506	
	Erro A	24	7,90590	
	Posição	16	13447,427	
	Erro B	48	3,2579	
	Posição x modelo	128	1,8159	3,931*
	Erro	384	0,4619	
	TOTAL	611		

Sendo: * - significativo a 5% de significância

Tabela 6. Tratamentos que apresentaram estimativas acuradas de diâmetro (estatisticamente iguais ao diâmetro real ou testemunha - Tratamento 5), em cada posição de medição para os oito experimentos (classes diamétricas).
Table 6. *Treatments which presented accurated diameter estimates (statistically equal to real diameter – Treatment 5), for each position of measurement and for the eight experiments (diameter classes)*

Alt	Classes diamétricas (experimentos) – cm							
(%)	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5	47,5	52,5
0	1 3 4	1 3 4 8 9	1 3 4	1 3 4 9	1 3 4	1 3 4 6	1 3 4 6 7	1 3 4 6 7 9
1	3 8	1 3 4 8	3 6 7 9	1 2 4	3 6 8	1 3	1 3 6 8 9	1 3 6 8 9
2	1 3 4 7 8 9	Todos	Todos	1 2 3 4 7 9	1 3 4 6 8 9	1 3 4 6	1 3 4 6 8 9	1 3 4 6 8
3	Todos	Todos	Todos	Todos	Todos	1 2 3 4 6	Todos	1 2 3 4 6 7 8
4	1 3 4 6 9	1 3 4 6 8 9	1 3 4 6 8 9	1 3 4 6 8 9	1 3 4 6 8 9	3 4	1 3 6 8	1 3 4 6 8
5	1 3 4 6 9	1 3 4 6 8 9	1 3 4 6 8 9	1 3 4 6 8 9	1 3 4 6 8 9	-	4	1 3 4 6 8
10	Todos	Todos	Todos	1 2 3 4 9	1 2 3 4 9	3 4 7 8	1 2	Todos
15	Todos	Todos	Todos	1 3 6 7 8 9	1 3 4 6 7 8 9	3 4 7 8 9	1 2 3 4 6 9	3 4 9
25	Todos	Todos	Todos	Todos	3 4 8 9	1 2 6	3 4 6 9	1 2 6 7 8
35	Todos	Todos	Todos	Todos	Todos	7 8 9	1 2 4 7 8	Todos
45	Todos	Todos	Todos	Todos	Todos	1 2 3 4 6 9	1 2 3 4 8 9	Todos
55	Todos	Todos	Todos	Todos	3 4 6 8 9	1 2 3 4 6 9	1 2 3 4 8	Todos
65	Todos	3 4	1 2 3 4	1 3 4 9	Todos	1 2 3 4 6 9	Todos	1 2 3 4
75	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	Todos	Todos	1 2 3 4 6	1 2 3 4
85	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4 8 9	1 6 7	1 2 3 6 7	1 2 3	1 2 3 4
95	1 2 3 4	1 2 3	1 2 3 9	2 3 4 9	1 2 3 6 7	1 2 3 4 6 7	1 2 3 4 6 7	1 2 3 4 6
100	Todos	Todos	Todos	Todos	Todos	Todos	Todos	Todos

Obs: na classe diamétrica com valor central de 42,5cm, nenhum dos tratamentos apresentou estimativas estatisticamente iguais à testemunha na posição correspondente a 5% da altura total

Observou-se ainda que, de modo geral, as estimativas insatisfatórias ocorreram nos extremos superior (85% a 95% da altura total) e inferior (1% da altura total), As exceções foram observadas nas classes de 32,5cm, 42,5cm e 47,5cm, em que ocorreram estimativas imprecisas entre 4% e 35% da altura total. Quando o ajuste desconsiderou o controle das classes diamétricas (Tratamento 9), a baixa acurácia nas estimativas dos diâmetros nos extremos das árvores foi acentuada em todas as classes, à exceção das classes de 32,5 e 37,5cm, que apresentaram estimativas pouco acuradas em posições isoladas ao longo do fuste. Esta mesma queda de acurácia na estimativa dos diâmetros foi identificada ao longo do fuste para a maioria das classes diamétricas.

Assim, considerando as diferentes posições de medição, de modo geral não houve diferença significativa entre os tratamentos nas estimativas de diâmetros entre 10% e 55% da altura total. Isto significa que, na porção média das árvores, pode-se utilizar com segurança qualquer um dos modelos testados, inclusive com ajustes desconsiderando as classes diamétricas. Em contrapartida, a representação acurada dos perfis, ou seja, a estimativa acurada dos diâmetros a partir de 65% da altura total, requer ajustes por classe diamétrica, podendo-se utilizar, para este fim, qualquer modelo. A recomendação de ajustes de modelos polinomiais por classe diamétrica condiz com os resultados encontrados por Fischer (1997) para essa mesma espécie e Ferreira (1999) para *Eucalyptus cloeziana*.

3.3. Acurácia dos modelos na estimativa dos volumes

A Tabela 7 mostra as análises de variância dos oito experimentos realizados para a variável volume. A interação modelo x posição foi altamente significativa nos 8 experimentos avaliados, exceto na maior classe diamétrica (50 a 54,9cm), em que apenas a posição foi significativa. Neste experimento, a estimativa volumétrica pelos nove modelos tem comportamento estatisticamente semelhante em qualquer posição. Para os demais experimentos, a estimativa volumétrica dos modelos sofre influência das posições.

Assim, foi necessário efetuar o desdobramento da interação, a fim de verificar a significância dos modelos dentro de cada posição. Para as posições em que o desdobramento mostrou que os modelos possuíam comportamento variado, aplicou-se o Teste de Scott-Knott (1974) para as médias dos nove tratamentos em cada posição.

A Tabela 8 mostra os resultados do Teste de Scott-Knott para os oito experimentos envolvendo a variável volume.

As equações de Clark et al. (1991) mostraram-se acuradas para estimar volumes ao longo de todo o fuste de *Pinus taeda* em todas as classes diamétricas, desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica (Tratamento 1). Quando ajustado para o conjunto total dos dados (Tratamento 6), fornece estimativas acuradas de volumes ao longo de todo o fuste para as árvores com diâmetro menor que 30 cm e para as classes de diâmetro de 35 a 45 cm. Para as demais classes diamétricas, a utilização do modelo de Clark implica na necessidade de ajustes específicos para estas classes (Tratamento 1), o que, ainda assim, é vantajoso, uma vez que reduz o número de ajustes pela metade.

As equações de Max & Burkhart (1976) se mostraram acuradas para estimar volumes ao longo de todo o fuste de *Pinus taeda* em todas as classes diamétricas, desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica (Tratamento 2). Quando o ajuste desconsiderou o controle das classes diamétricas (Tratamento 7), o modelo de Max & Burkhart (1976) apresentou estimativas imprecisas, na porção superior das árvores em todas as classes diamétricas. Essas imprecisões foram observadas a partir de 85% da altura total para as classes de diâmetro menor que 25cm; nas demais classes, as equações se mostraram pouco acuradas pelo menos a partir de 65% da altura total. Na classe em que o citado modelo apresentou o pior desempenho, as estimativas volumétricas foram insatisfatórias a partir de 25% da altura total (classe de 47,5cm).

Quanto ao modelo de Hradetzky (1976), quando ajustado por classe diamétrica (Tratamento 3), ele apresentou estimativas acuradas de volume ao longo de todo o fuste para todas as classes de diâmetro, com raras exceções. Novamente, o agrupamento das árvores, desconsiderando as classes diamétricas, gerou queda na acurácia das estimativas volumétricas, impactando principalmente as estimativas da porção superior das árvores em todas as classes diamétricas, em maior ou menor grau. A única exceção ocorreu na classe de 37,5cm, em que o ajuste total forneceu estimativas acuradas de volume ao longo de todo o fuste. O maior impacto do agrupamento das árvores foi observado na classe de 47,5cm, em que a queda da acurácia das estimativas volumétricas ocorreu a partir de 25% da altura total.

Tabela 7. Resumo da análise de variância dos dados relativos às estimativas de volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* para as oito classes diamétricas.

Table 7. *Summary of the ANOVA of the data of diameters estimated along the stem of Pinus taeda for the eight diameter classes.*

Classe diamétrica	FV	GL	QM	F
1	Bloco	3	0,3381	
	Modelo	8	0,0125	
	Erro A	24	0,0004	
	Posição	15	0,4748	
	Erro B	45	0,0116	
	Posição x modelo	120	0,0004	21,549*
	Erro	360	0,00002	
	TOTAL	575		
2	Bloco	3	0,2595	
	Modelo	8	0,0164	
	Erro A	24	0,0017	
	Posição	15	1,2186	
	Erro B	45	0,0086	
	Posição x modelo	120	0,0006	5,621*
	Erro	360	0,0001	
	TOTAL	575		
3	Bloco	4	0,4097	
	Modelo	8	0,0408	
	Erro A	32	0,0061	
	Posição	15	3,9806	
	Erro B	60	0,0155	
	Posição x modelo	120	0,0015	4,184*
	Erro	480	0,0004	
	TOTAL	719		
4	Bloco	7	1,0622	
	Modelo	8	0,0734	
	Erro A	56	0,0094	
	Posição	15	13,3140	
	Erro B	105	0,0367	

	Posição x modelo	120	0,0031	5,157*
	Erro	840	0,0006	
	TOTAL	1151		

Continua...
Continuação Tabela 7...

5	Bloco	11	1,2695	
	Modelo	8	0,1179	
	Erro A	88	0,0119	
	Posição	15	34,2390	
	Erro B	165	0,0436	
	Posição x modelo	120	0,0038	6,223*
	Erro	1320	0,0006	
	TOTAL	1727		
6	Bloco	12	2,1452	
	Modelo	8	0,2742	
	Erro A	96	0,0441	
	Posição	15	71,4833	
	Erro B	180	0,0772	
	Posição x modelo	120	0,0119	4,809*
	Erro	1440	0,0025	
	TOTAL	1871		
7	Bloco	7	1,8023	
	Modelo	8	0,1155	
	Erro A	56	0,0214	
	Posição	15	72,2198	
	Erro B	105	0,0664	
	Posição x modelo	120	0,0046	3,509*
	Erro	840	0,0013	
	TOTAL	1151		
8	Bloco	3	3,3336	
	Modelo	8	0,0873	
	Erro A	24	0,0522	
	Posição	15	47,5239	
	Erro B	45	0,1309	
	Posição x modelo	120	0,0035	$1,195^{NS}$
	Erro	360	0,0029	
	TOTAL	575		

Sendo: * - significativo a 5% de significância
NS - não significativo a 5% de significância

As equações de Goulding & Murray (1976) apresentaram estimativas precisas dos volumes parciais quando ajustadas por classe diamétrica. Exceções ocorreram apenas em duas posições ao longo do fuste na classe de 32,5cm. Mas, quando o ajuste foi para o conjunto total dos dados, este modelo foi pouco acurado nas estimativas volumétricas para todas as situações, a exceção do volume total ou acima da posição correspondente a 85% da altura total na classe diamétrica de 52,5cm.

Nas duas classes com diâmetro menor que 25cm, os modelos, à exceção de Goulding & Murray (1976) ajustado para o conjunto total dos dados, fornecem estimativas acuradas dos volumes até a altura relativa de 75%. A partir daí, recomenda-se o ajuste por classe diamétrica, sendo que o modelo de Clark et al. (1991) pode ser ajustado para o conjunto total dos dados, para as árvores com diâmetro inferior a 30cm.

4. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos são bastante consistentes e reforçam a necessidade de estudos sobre o comportamento das funções de afilamento para outras espécies e regiões. Tendo em vista os resultados alcançados, pode-se concluir, para a base de dados em questão, que:

As estimativas de diâmetros e volumes ao longo do fuste dos modelos de Clark et al. (1991), Max & Burkhart (1976), Hradetzky (1976) e Goulding & Murray (1976) diferem significativamente entre si.

A representação acurada dos perfis dos fustes de *Pinus taeda* requer ajustes por classe diamétrica, para os modelos segmentados de Clark et al. (1991) e Max & Burkhart (1976) e os modelos não-segmentados de Hradetzky (1976) e Goulding & Murray (1976).

A equação de Max & Burkhart (1976) não deve ser utilizada para estimativas de diâmetros abaixo de 10% da altura total, para árvores menores que 45cm de diâmetro e abaixo de 25% da altura para árvores com diâmetro maior que 45cm, mesmo que o ajuste considere o controle das classes diamétricas.

As equações de Goulding & Murray (1976) não devem ser utilizadas para estimativa dos diâmetros das árvores em posições superiores a 85% da altura total, mesmo com ajuste por classe diamétrica.

Desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica, os quatro modelos podem ser usados com segurança para estimar volumes totais e parciais de *Pinus taeda* na região de estudo.

A generalização do ajuste aumenta a variabilidade da base de dados, o que implica em estimativas menos acuradas dos diâmetros, quando contrastados com as estimativas dos ajustes por classe diamétrica.

O modelo de Clark et al. (1991) é o mais flexível dos modelos, já que foi o único a propiciar estimativas acuradas do volume mesmo quando o ajuste foi sem o controle das classes diamétricas, excetuando-se a classe de 32,5cm e as árvores com diâmetro superior a 45cm.

Se for observada a simplicidade de ajuste e de manuseio do modelo quando comparado aos modelos segmentados, aliada à acurácia das estimativas dos diâmetros e volumes ao longo do fuste, a opção deve recair sobre o modelo de Hradetzky (1976), desde que o ajuste seja feito por classe diamétrica.

O modelo de Goulding & Murray (1976) é preciso para estimar volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda* na região estudada, apenas se ajustado por classe diamétrica.

5. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSIS, A. L. de. **Acuracidade na estimativa de volumes comerciais de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus urophylla*.** Lavras: UFLA, 1998. 183

p. Monografia.

ASSIS, A. L. de. **Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*.** 2000. 189p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

CLARK III, A.; SOUTER, R. A.; SCHLAEGEL, B. E. **Stem profile equations for Southern tree species.** USDA: Southeastern Forest Experiment Station, 1991. 113 p. (Research Paper, SE 282).

FERREIRA, D. F. **Sistema de análise de variância para dados balanceados -** SISVAR. Lavras: UFLA/DEX, 1997. (Programa para Análises Estatísticas: Disquete).

FERREIRA, S. O. **Estudo da Forma do Fuste de *Eucalyptus grandis* e *Eucalyptus cloeziana*.** 1999. 132 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v.83, n. 1/2, p. 36-46, June 1996.

FIGUEIREDO FILHO, A.; SCHAAF, L. B. Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 29, n. 4, p. 451-461, Apr. 1999.

FISCHER, F. **Eficiência dos Modelos Polinomiais e das Razões de Volume na Estimativa Volumétrica dos Sortimentos e do Perfil do Fuste de *Pinus taeda.*** 1997. 167 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

GOLFARI, L; CASER, R. L; MOURA, V. P. G. **Zoneamento ecológico esquemático para reflorestamento no Brasil:** 2ª aproximação. Belo Horizonte: Centro de Pesquisas Florestais da Região do Cerrado, 1978. 66 p. (Série Técnica, 11).

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. Polynomial Taper Equations that are Compatible with Tree Volume Equations. **New Zealand Journal of Forest Science,** Rotorua, v. 5, n. 3, p. 313-322, Feb. 1976.

HRADETZKY, J. **Analyse und interpretation statistisher abränger keiten. (Biometrische Beiträge zu aktuellen forschungs projekten).** Baden: Württemberg Mitteilungen der FVA, 1976. 146 p. (Abt. Biometric und Informatik, 21).

INSTITUTO AGRONÔMICO DO PARANÁ. **Cartas climáticas do Estado do Paraná.** Londrina, 1994. 49 p. (Documentos, 18).

MAX, T.A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, Washington, v. 22, n. 3, p.283-289, Sept. 1976.

PARRESOL, B. R.; HOTVEDT, J. E.; CAO, Q. V. "A Volume and taper prediction system for bald cypress. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 17, n. 3, p. 250-259, Mar. 1987.

RIOS, M. S. **A Eficiência das funções polinomiais, da função spline cúbica, e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii.*** 1997. 116 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D. de; MELLO, J. M.; MAESTRI, R. Acuracidade de Equações de Afilamento para Representar o Perfil do Fuste de *Pinus elliottii*. **Cerne**, Lavras, v. 4 , n. 1, p. 100-122, 1998.

SCOTT, A. J.; KNOTT, M. A cluster analysis method for grouping means in the analysis of variance. **Biometrics**, Washington, v. 30, n. 3, p. 505-512, Sept. 1974.